

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA POLITÉCNICA**

**ESTUDO DA SEVERIDADE DA EXCITAÇÃO DE VEÍCULOS A PARTIR DO  
COMPRIMENTO DE ONDA DA VIA FÉRREA**

**Daniel Prado Castelo**

**SÃO PAULO**

**2019**



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA POLITÉCNICA**

**ESTUDO DA SEVERIDADE DA EXCITAÇÃO DE VEÍCULOS A PARTIR DO  
COMPRIMENTO DE ONDA DA VIA FÉRREA**

Trabalho de formatura apresentado  
ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo

Área de concentração: Engenharia Mecânica

Aluno: Daniel Prado Castelo

Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa

**SÃO PAULO**

**2019**

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

#### Catálogo-na-publicação

Castelo, Daniel Prado

Estudo da severidade da excitação de veículos a partir do comprimento de onda da via férrea / D. Castelo -- São Paulo, 2019.  
91 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Dinâmica veicular 2. Irregularidade 3. Veículo  
4. Via permanente 5. Ferrovia. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

## Agradecimentos

Início os agradecimentos às duas pessoas que me deram a oportunidade de estudar e que me incentivaram nessa caminhada da educação. Sem o apoio, o carinho e o incentivo dos meus pais, Adilson e Jadirley, eu jamais teria ingressado na Universidade de São Paulo. Agradeço profundamente todo o esforço, sacrifício e amor que depositaram em mim para que eu pudesse traçar este caminho.

Agradeço também a todos os incríveis professores, desde o fundamental até o ensino superior, que me ensinaram o poder do pensamento, da autocrítica, e de como a educação é a ferramenta transformadora mais poderosa da nossa sociedade. Em especial, gostaria de agradecer ao meu professor e orientador Roberto Spinola Barbosa. Agradeço pelo tempo dedicado à minha formação, pela orientação deste trabalho, pela paciência e pela clareza de pensamento e explicação.

Agradeço ao meu irmão, Lucas, pela parceria de vida, pelo amor e por sempre me incentivar e desafiar intelectualmente. Agradeço-lhe pela enorme contribuição a este trabalho, compartilhando ideias, pensamentos e interpretações.

Dedico um agradecimento especial a minha companheira de vida e namorada, Caroline. Esta jornada se tornou muito mais leve e factível graças ao seu carinho, presença e paciência. Sou eternamente grato pelo seu apoio e amor incondicional.

Um grande agradecimento a todos os amigos que fiz dentro da Escola Politécnica e aos amigos que fiz durante meu intercâmbio. Sem dúvidas, eles são uma das coisas mais valiosas que levarei da minha graduação e espero carregar para toda a vida. Agradeço também aos meus amigos de Jundiaí que sempre são uma fonte de confiança e apoio.

Por fim, agradeço à Universidade de São Paulo por ser uma instituição que reúne pessoas excepcionais e proporciona educação e ciência de alto nível. Que ela continue sendo referência de excelência no cenário brasileiro e mundial.

"Never doubt that a small group of thoughtful,  
committed citizens can change the world.  
Indeed, it is the only thing that ever has."

Margaret Mead

## Resumo

Este trabalho analisa o efeito do comprimento de onda sobre a severidade das excitações nas vias férreas para veículos guiados. Para isto, realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre as principais anomalias dos trilhos. Escolheu-se modelizar aquelas que possuem alterações de geometria ou de forma com o intuito de analisar os seus efeitos provocados, com enfoque nas excitações senoidais. Através da definição de uma relação limite entre o raio dos rolantes e o comprimento de onda das irregularidades, interpretou-se o movimento dos rodantes para grandes e pequenos espectros dos comprimentos de onda, modelizando cada uma das situações e definindo o conceito de duplo contato. Esta análise elucida o movimento descrito pelos rolantes e como afetam dinamicamente um carro metroferroviário.

**Palavras-chaves:** Irregularidade na via férrea, modelagem topográfica, dinâmica veicular

## Abstract

This work analyses the influence of the wavelength on the excitation severity in permanent ways for trains. So, a first phase was a bibliographic research about the means rail anomalies. Secondly, a anomalies modeling with disorders of geometry or shape with the goal to analyze the cinematic effects, mainly the sine wave excitation. After that, the wavelength was divided in two spectral, one with larger wavelength and other with smaller one by the definition of a threshold between the wheel's ratio and the irregularity's wavelength. This analysis seeks clarify the movement described by the wheel and how it impacts the vehicle dynamic behavior.

**Keywords:** Irregularities in railway, topographic modeling and vehicle dynamic.

## Lista de figuras

|                                                                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 - Extensão da malha ferroviária nacional (1854-2012). Fonte: Confederação Nacional do Transporte (CNT). ..... | 2  |
| Figura 2 - Principais cargas transportadas. Fonte: Anuário Estatístico de Transportes 2010-2016.....                   | 2  |
| Figura 3 - Sistema de guiagem de veículos (BARBOSA, 1999) .....                                                        | 5  |
| Figura 4 - Componentes da via permanente (KLINCEVICIUS, 2011).....                                                     | 6  |
| Figura 5 - Dormente de: madeira (esquerda), aço (cima) e concreto (baixo). (Observatório Metro Ferroviário, UFSC)..... | 7  |
| Figura 6 – Composição do trilho (COIMBRA, 2008) e perfil com dimensões do trilho TR 57 (ABNT NBR 12320, 1979 ). .....  | 8  |
| Figura 7 - Fixador rígido à esquerda (COIMBRA, 2006) e fixador elástico (BRINA, 1979).....                             | 9  |
| Figura 8 - Truque tipo H (esquerda) e truque de 3 partes (direita). (BARBOSA,1999) .....                               | 10 |
| Figura 9 - Bogie H com os rodeiros. (Railteco catálogo).....                                                           | 10 |
| Figura 10 – Três direções dos esforços sobre os trilhos (RAIL DEFECTS HANDBOOK, 2012).....                             | 11 |
| Figura 11 - Parâmetro Bitola (COIMBRA, 2008).....                                                                      | 13 |
| Figura 12 - Bitolas métricas e irlandesas na mesma via permanente. Linha Esmeralda, terminal Pinheiros.....            | 13 |
| Figura 13 - Desnívelamento vertical longitudinal (y) (COIMBRA, 2008).....                                              | 14 |
| Figura 14 - Desnívelamento vertical transversal (COIMBRA, 2008). .....                                                 | 14 |
| Figura 15 - Desalinhamento na direção y (COIMBRA, 2008) .....                                                          | 15 |
| Figura 16 - Empeno dos trilhos (COIMBRA, 2008) .....                                                                   | 15 |
| Figura 17 - Superelevação da via permanente (COIMBRA, 2008) .....                                                      | 16 |
| Figura 18 - Exemplos de trincas longitudinais (adaptado de COIMBRA, 2008) .....                                        | 17 |
| Figura 19 - Anomalias de superfície de canto (adaptado de COIMBRA,2008) .....                                          | 18 |
| Figura 20 - Anomalias de superfície de topo (adaptado de COIMBRA,2008) .....                                           | 18 |
| Figura 21 - Anomalias transversais (adaptado de Coimbra, 2008) .....                                                   | 19 |
| Figura 22- Anomalia de martelamento (COIMBRA, 2008) .....                                                              | 19 |
| Figura 23 - Desgaste lateral em trilho (AGICO Rail website) .....                                                      | 20 |
| Figura 24 - Desgaste ondulatório (GRASSIE, 2009) .....                                                                 | 20 |
| Figura 25 - Tipos de desgastes ondulatórios (adaptado de Collette, 2007). .....                                        | 21 |
| Figura 26 - Modelo dinâmico de 1/2 veículo .....                                                                       | 23 |
| Figura 27- Força entre os rolantes e o veículo através do CG dos rolantes e diagrama de corpo livre dos rolantes.....  | 27 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 28 - Esquema da cinemática do ponto de contato e do ponto do centro geométrico dos rolantes .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 28 |
| Figura 29 - Esquema do modelo simplificado versus o modelo do centro geométrico .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 28 |
| Figura 30 - Modelo de contato corpo rígido. Indicação das variáveis no espaço. ....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 30 |
| Figura 31 - Circunferência tangencia todos os pontos (figura à esquerda), circunferência não tangencia todos os pontos (figura à direita). ....                                                                                                                                                                                                                                                                            | 32 |
| Figura 32 - Limite entre o duplo contato e o não duplo contato (até 200 mm). ....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 33 |
| Figura 33 - Limite entre o duplo contato e o não duplo contato (até 60 mm). ....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 33 |
| Figura 34 - Limite entre o movimento do centro geométrico (CG) linear e não linear. ....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 35 |
| Figura 35- Três movimentos distintos do centro geométrico.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 36 |
| Figura 36 - Representação das três condições de movimento. Linear à entrada, não linear à entrada e duplo contato .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 36 |
| Figura 37 - Representação esquemática da situação de ponto de duplo contato .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 37 |
| Figura 38 - Transformação da função senoidal espacial para temporal.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 39 |
| Figura 39 - Efeito do comprimento de onda ( $\lambda_e$ ) sobre o movimento do centro de geométrico dos rolantes. $R=0,47$ m.....                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 40 |
| Figura 40 - Efeito do comprimento de onda ( $\lambda_e$ ) sobre o movimento do centro de geométrico dos rolantes. $R=0,47$ m.....                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 41 |
| Figura 41 - Representação esquemática da situação de ponto de duplo contato .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 42 |
| Figura 42 - Sequência de imagens que descrevem o movimento do centro geométrico dos rolantes no caso de duplo contato.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 43 |
| Figura 43 - Posição do centro geométrico do rolante (gráfico superior), primeira e segunda derivada da posição vertical em função do referencial horizontal (gráfico intermediário e inferior). Comprimento de onda igual a 10 m. ....                                                                                                                                                                                     | 45 |
| Figura 44 - Posição do centro geométrico do rolante (gráfico superior), primeira e segunda derivada da posição vertical em função do referencial horizontal (gráfico intermediário e inferior). Traços vermelhos representam posição horizontal do duplo contato. Comprimento de onda igual a 0,43 m (comprimento de onda limite). ....                                                                                    | 46 |
| Figura 45 - Comparação do movimento do ponto de contato (G) com o movimento do centro geométrico (CG) no vale de uma função senoidal. Vetor $u$ representa a normal do ponto de contato.....                                                                                                                                                                                                                               | 47 |
| Figura 46 - Posição do centro geométrico do rolante (gráfico superior), primeira derivada da posição vertical em função do referencial horizontal (gráfico intermediário), segunda derivada da posição vertical em função do referencial horizontal (gráfico inferior). Traços vermelhos representam posição horizontal do duplo contato. Comprimento de onda igual a 0,3 m (comprimento de onda inferior ao limite). .... | 48 |

|                                                                                                                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 47 - Representação do movimento físico do centro geométrico e suas derivadas verticais (1ª e 2ª ordem). Comprimento de onda é igual a 0,3 m (comparação com a Figura 46). ..... | 49 |
| Figura 48 – Curvatura pela amplitude da via para diferentes valores de comprimento de onda na região de cúspide (Raio=0,47 m). .....                                                   | 50 |
| Figura 49 – Curvatura pelo comprimento de onda da via para diferentes valores de amplitude da via na região de cúspide (Raio=0,47 m). .....                                            | 50 |
| Figura 50 - Amplitude da via pelo comprimento de onda para valores de curvatura na região de cúspide (Raio=0,47 m). .....                                                              | 51 |
| Figura 51 - Excentricidade em função do comprimento de onda .....                                                                                                                      | 52 |
| Figura 52 - Excentricidade em função do comprimento de onda para diferentes amplitudes da via .....                                                                                    | 53 |
| Figura 53 - Comparação entre as forças do modelo simplificado (senoidal) e do modelo do CG. ....                                                                                       | 54 |
| Figura 54 - Transformada rápida de Fourier (FFT) da força do modelo do centro geométrico. ....                                                                                         | 55 |
| Figura 55 - FFT da força do modelo do centro geométrico para condição do movimento do CG linear à entrada. ....                                                                        | 56 |
| Figura 56 - Influência da velocidade sobre as forças do modelo simplificado (senoidal) e do modelo do CG. ....                                                                         | 57 |
| Figura 57 - Perfil senoidal da via. ....                                                                                                                                               | 58 |
| Figura 58- Força no centro geométrico dos rolantes usando o modelo simplificado e o modelo CG. ....                                                                                    | 58 |
| Figura 59 - Acelerações rotacionais e verticais do veículo ( $\lambda e=0,5$ m) .....                                                                                                  | 59 |
| Figura 60 - Deslocamento vertical e angular em função da fração comprimento de onda e distância entre rodas ( $\lambda e/l$ ). ....                                                    | 60 |
| Figura 61 - Deslocamento vertical do centro de massa do veículo em função da distância (deslocamento médio é negativo). ....                                                           | 61 |
| Figura 62 - Aceleração vertical e rotacional em função da fração comprimento de onda e distância entre rodas ( $\lambda e$ ). ....                                                     | 61 |
| Figura 63 - Comparação das acelerações dos modelos no caso de movimento periódico não linear à entrada. ....                                                                           | 62 |
| Figura 64 - Perfil senoidal da via. ....                                                                                                                                               | 63 |
| Figura 65- Força no centro geométrico dos rolantes usando o modelo simplificado e o modelo CG. ....                                                                                    | 63 |
| Figura 66 - Aceleração rotacional em função da fração comprimento de onda e distância entre rodas ( $\lambda e$ ). ....                                                                | 64 |
| Figura 67 - Aceleração vertical em função da fração comprimento de onda e distância entre rodas ( $\lambda e$ ). ....                                                                  | 64 |

## Lista de tabelas

|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1- Movimentação anual de cargas .....                                                      | 1  |
| Tabela 2 - Total dos acidentes ferroviários divididos por causa entre 2006 e 2013 no Brasil ..... | 3  |
| Tabela 3 - Principais anomalias em trilhos .....                                                  | 22 |
| Tabela 4 - Condições limites para $R = 37''$ e Amplitude = 10 mm .....                            | 36 |
| Tabela 5 - Parâmetros do modelo .....                                                             | 71 |
| Tabela 6 - Parâmetros modais do modelo .....                                                      | 71 |

## Lista de símbolos

- $b_d^i$  – amortecimento dianteiro inferior (primário)  
 $b_d^s$  – amortecimento dianteiro superior (secundário)  
 $b_t^i$  – amortecimento traseiro inferior (primário)  
 $b_t^s$  – amortecimento traseiro superior (secundário)  
 $k_d^i$  – rigidez dianteiro inferior (primário)  
 $k_d^s$  – rigidez dianteiro superior (secundário)  
 $k_t^i$  – rigidez traseiro inferior (primário)  
 $k_t^s$  – rigidez traseiro superior (secundário)  
 $m_d$  – massa do bogie dianteira  
 $m_t$  – massa do bogie traseira  
 $M$  – massa do carro metroferroviário  
 $J$  – momento de inércia longitudinal do carro metroferroviário  
 $l$  – distancia entre eixos longitudinal no carro metroferroviário  
 $z_d$  – deslocamento vertical do bogie dianteiro  
 $z_t$  – deslocamento vertical do traseiro  
 $z$  – deslocamento vertical do carro metroferroviário  
 $\varphi$  – ângulo de rotação do carro metroferroviário  
 $u$  – deslocamento vertical da anomalia dos trilhos  
 $V$  – velocidade constante de translado do carro metroferroviário  
 $\lambda_e$  - comprimento de onda espacial (unidade de comprimento)  
 $w_e$  - frequência espacial (unidade de inverso de comprimento)  
 $\lambda_t$  - comprimento de onda temporal (unidade de tempo)  
 $w_e$  - frequência temporal (unidade de inverso de tempo)  
 $A$  – amplitude de uma função ou irregularidade  
 $x_s$  – variável horizontal do deslocamento do ponto de contato (rolantes e trilhos)  
 $z_s$  - variável vertical do deslocamento do ponto de contato (rolantes e trilhos)

$x_{CG}$  - variável horizontal do deslocamento do centro geométrico

$x_{CG}$  - variável vertical do deslocamento do centro geométrico

$\theta$  – ângulo entre a horizontal e o vetor normal no ponto de contato

$R$  – raio dos rolantes

$e$  – excentricidade entre o ponto de contato dos rolantes com o solo e o centro geométrico dos rolantes

## Sumário

|           |                                                       |           |
|-----------|-------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.</b> | <b>Introdução</b>                                     | <b>1</b>  |
| 1.1.      | Objetivo                                              | 4         |
| <b>2.</b> | <b>Veículos guiados</b>                               | <b>5</b>  |
| 2.1.      | Via permanente                                        | 6         |
| 2.2.      | Bogies                                                | 9         |
| <b>3.</b> | <b>Degradação da via permanente</b>                   | <b>11</b> |
| 3.1.      | Anomalias nos trilhos                                 | 12        |
| 3.1.1.    | Anomalias de geometria                                | 12        |
| 3.1.2.    | Anomalias de componentes                              | 16        |
| <b>4.</b> | <b>Modelagem do veículo</b>                           | <b>23</b> |
| 4.1.      | Modelo vertical                                       | 23        |
| 4.2.      | Modelo dos rolantes                                   | 27        |
| <b>5.</b> | <b>Modelagem das entradas senoidais</b>               | <b>29</b> |
| 5.1.      | Configurações de rolamento                            | 32        |
| 5.2.      | Condição de duplo contato                             | 37        |
| 5.3.      | Derivadas da posição                                  | 38        |
| 5.4.      | Domínio temporal                                      | 39        |
| <b>6.</b> | <b>Resultados</b>                                     | <b>40</b> |
| 6.1.      | Movimento do Centro Geométrico dos rolantes           | 40        |
| 6.1.1.    | Caso de tangencia de todos os pontos                  | 40        |
| 6.1.2.    | Caso de não tangencia de todos os pontos              | 41        |
| 6.1.3.    | Cinemática dos rolantes                               | 45        |
| 6.2.      | Curvatura do movimento do Centro Geométrico           | 49        |
| 6.3.      | Influência da excentricidade                          | 52        |
| 6.4.      | Força no Centro Geométrico dos rolantes               | 54        |
| 6.4.1.    | Frequências do modelo do centro geométrico            | 54        |
| 6.4.2.    | Influência da velocidade do veículo                   | 57        |
| 6.5.      | Acelerações no veículo                                | 58        |
| 6.5.1.    | Acelerações obtidas pelos modelos                     | 58        |
| 6.5.2.    | Forças no duplo contato                               | 63        |
| <b>7.</b> | <b>Conclusão</b>                                      | <b>65</b> |
| <b>8.</b> | <b>Bibliografia</b>                                   | <b>67</b> |
|           | <b>Anexos</b>                                         | <b>70</b> |
|           | Anexo A - Cálculo da condição limite de duplo contato | 70        |
|           | Anexo B - Parâmetros do modelo                        | 71        |
|           | Anexo C – Códigos da simulação                        | 72        |

## 1. Introdução

Transporte, do dicionário Aurelis: “Levar de um lugar para outro. Fazer passar de um para outro lugar.”

O transporte é o principal componente do sistema logístico. Responsável pela circulação de pessoas e mercadorias. No Brasil, existem basicamente cinco formas de transporte: rodoviário, ferroviário, aquaviário, dutoviário e aéreo.

Influenciado por diretrizes políticas das últimas décadas, iniciado com o governo de Washington Luís e se consolidando com Juscelino Kubitschek, o sistema de transporte brasileiro tornou-se predominantemente rodoviário [7]. As rodovias são responsáveis por mais de 60 % do transporte de cargas e o Brasil teve uma produção de 2,7 milhões de carros em 2017, ocupando a nona posição mundial [11].

*Tabela 1- Movimentação anual de cargas*

| <b>Matriz do Transporte de Cargas</b> |                      |                         |
|---------------------------------------|----------------------|-------------------------|
| <b>Modal</b>                          | <b>Milhões (TKU)</b> | <b>Participação (%)</b> |
| Rodoviário                            | 485.625              | 61,1                    |
| Ferrovário                            | 164.809              | 20,7                    |
| Aquaviário                            | 108.000              | 13,6                    |
| Dutoviário                            | 33.300               | 4,2                     |
| Aéreo                                 | 3.169                | 0,4                     |
| <b>Total</b>                          | <b>794.903</b>       | <b>100,0</b>            |

*Fonte: Confederação Nacional do Transporte (CNT, 2013)*

Essa grande dependência de um único modal gera certos riscos para o sistema logístico. O exemplo mais recente aconteceu em 2018 quando o Brasil presenciou uma greve realizada por caminhoneiros em todo o Brasil. Motivada pela alta dos preços do diesel, os caminhoneiros bloquearam as principais rodovias, gerando desabastecimento em muitas cidades do país. No Rio Grande do Sul, por exemplo, cinco cidades chegaram a decretar estado de calamidade pública devido à falta de insumos básicos como alimentos, produtos de higiene e gás [10].

O transporte ferroviário, segundo meio de transporte de carga no Brasil, reaparece como alternativa para reduzir a hegemonia das rodovias. As ferrovias surgiram no

Brasil no final do século XIX com a finalidade de escoar a produção agrícola e mineral da época. E se expandiram no início do século XIX. Atualmente, o Brasil possui 30.576 quilômetros de ferrovias espalhados pelo país.

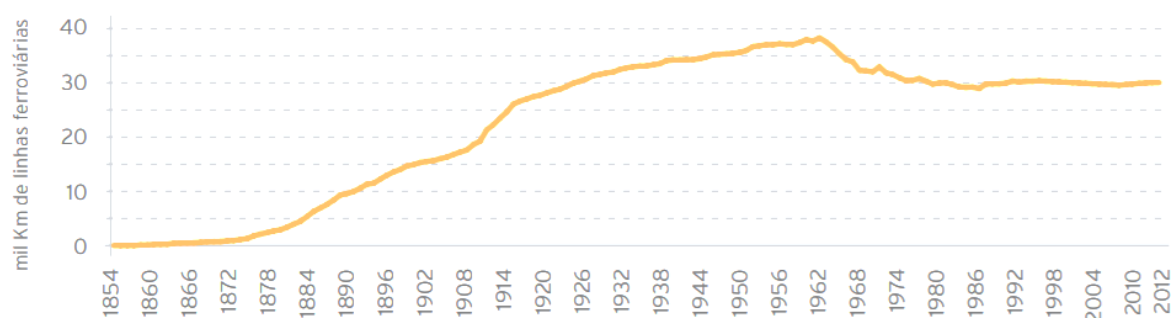


Figura 1 - Extensão da malha ferroviária nacional (1854-2012). Fonte: Confederação Nacional do Transporte (CNT).

O Anuário Estatístico de Transportes 2010-2016 (MTPA, 2017), mostrou um crescimento de 15,9 % em tonelada útil (TU) e 22,7 % em tonelada quilômetro útil (TKU), totalizando 503,8 TU e 341,2 TKU. Desta carga transportada, quase 80 % é referente ao escoamento do minério de ferro.

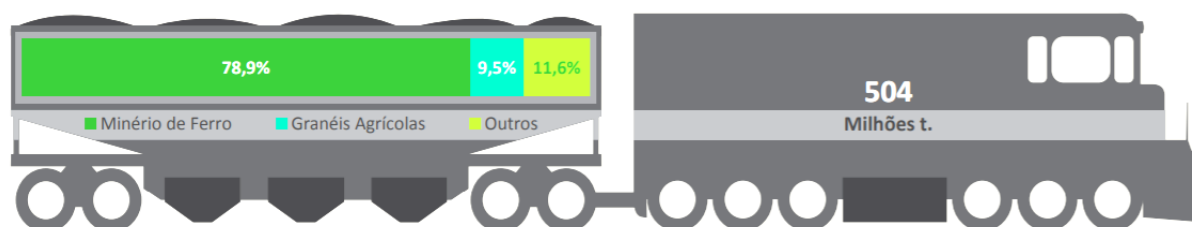


Figura 2 - Principais cargas transportadas. Fonte: Anuário Estatístico de Transportes 2010-2016

Com relação ao transporte ferroviário urbano, apenas 15 cidades brasileiras possuem algum tipo de locomoção sobre trilhos que se dividem entre trens, metro e VLT (Veículo Leve sobre Trilhos). O maior sistema de transporte urbano sobre trilhos se encontra na região metropolitana de São Paulo, dividindo-se em metrô (Companhia Metropolitana de São Paulo e ViaQuatro) e trem (CPTM – Companhia Paulista de transporte Metropolitano). Segundo a ANTT, 75% dos passageiros de trens e metrô do Brasil são transportados pela rede metro ferroviária paulista (ANTT).

Em 2014, a Agência Nacional de Transportes Terrestres (ANTT) divulgou estatísticas dos acidentes ferroviários ocorridos no Subsistema Ferroviário Federal no período de 2006 e 2013. A Tabela 2, indica que a maior causa é a via permanente com 3.315 acidentes, correspondendo a aproximadamente 38 % do total de acidentes.

Tabela 2 - Total dos acidentes ferroviários divididos por causa entre 2006 e 2013 no Brasil

| <b>Causas</b>                         | <b>Porcentagem</b> | <b>Total de acidentes</b> |
|---------------------------------------|--------------------|---------------------------|
| Infraestrutura                        | 0,03 %             | 3                         |
| Atos de vandalismo                    | 0,30 %             | 26                        |
| Sinalização, Telecom. e Eletrotécnica | 0,41 %             | 36                        |
| Falha humana                          | 9,21 %             | 805                       |
| Material rolante                      | 14,68 %            | 1.283                     |
| Interferência de Terceiros            | 15,94 %            | 1.293                     |
| Outras causas                         | 21,48 %            | 1.877                     |
| Via Permanente                        | 37,94 %            | 3.315                     |
| <b>Total</b>                          | <b>100,00 %</b>    | <b>8.738</b>              |

Fonte: Sistema de Acompanhamento e Fiscalização do Transporte Ferroviário (SAFF) da ANTT [1].

No relatório da administração da CPTM de 2017 [8], destaca-se a manutenção na via permanente com a substituição de 34.416 dormentes, 331 componentes de aparelho de mudança de via, 276 unidades de junta isolantes e roçada de cerca de 20,8 mil metros quadrados ao longo das linhas.

Estes números mostram a importância da manutenção nas vias permanentes no transporte ferroviário. Dada a importância deste modo de transporte no Brasil, este trabalho visa contribuir para a eficiência deste modal através da identificação das irregularidades na linha férrea pelo estudo do comportamento dinâmico de um carro de passageiros metro-ferroviário.

## 1.1. Objetivo

Este trabalho tem como objetivo estudar o efeito do comprimento de onda de uma via férrea sobre a severidade da excitação que é induzida nos rolantes e, conseqüentemente, nos veículos guiados.

Um estudo preliminar dos principais problemas nas linhas férreas é uma introdução ao tema cujo intuito não é apenas mostrar a variedade de irregularidades, mas também os classificar. A anomalia do tipo ondulatória é escolhida para um estudo mais aprofundado.

A partir o movimento dos rolantes sobre a via permanente, analisa-se as diferentes condições de rolagem e de contato sob a influência do comprimento de onda da via. Busca-se modelar o movimento cinemático dos rolantes em sua complexidade afim compreender melhor como o perfil topográfico impacta a severidade da excitação. Condições de não continuidade de contato são as grandes dificuldades dessa modelagem.

Assim, como resultado, espera-se obter uma modelagem em função do comprimento de onda que a partir da topografia da irregularidade forneça as forças dos rolantes. Estas forças são usadas posteriormente para alimentar modelos dinâmicos de veículos guiados.

## 2. Veículos guiados

A denominação veículos guiados é dada aos veículos que seguem uma trajetória previamente definida. Diferentemente dos veículos direcionados pelos motoristas, os guiados não apresentam controle do ângulo de esterçamento de rodas e seu controle ocorre através de acelerações na direção de deslocamento. Assim, para realizar curvas necessitam de rodas com velocidades diferentes ou rodas cônicas, como mostrado na Figura 3.

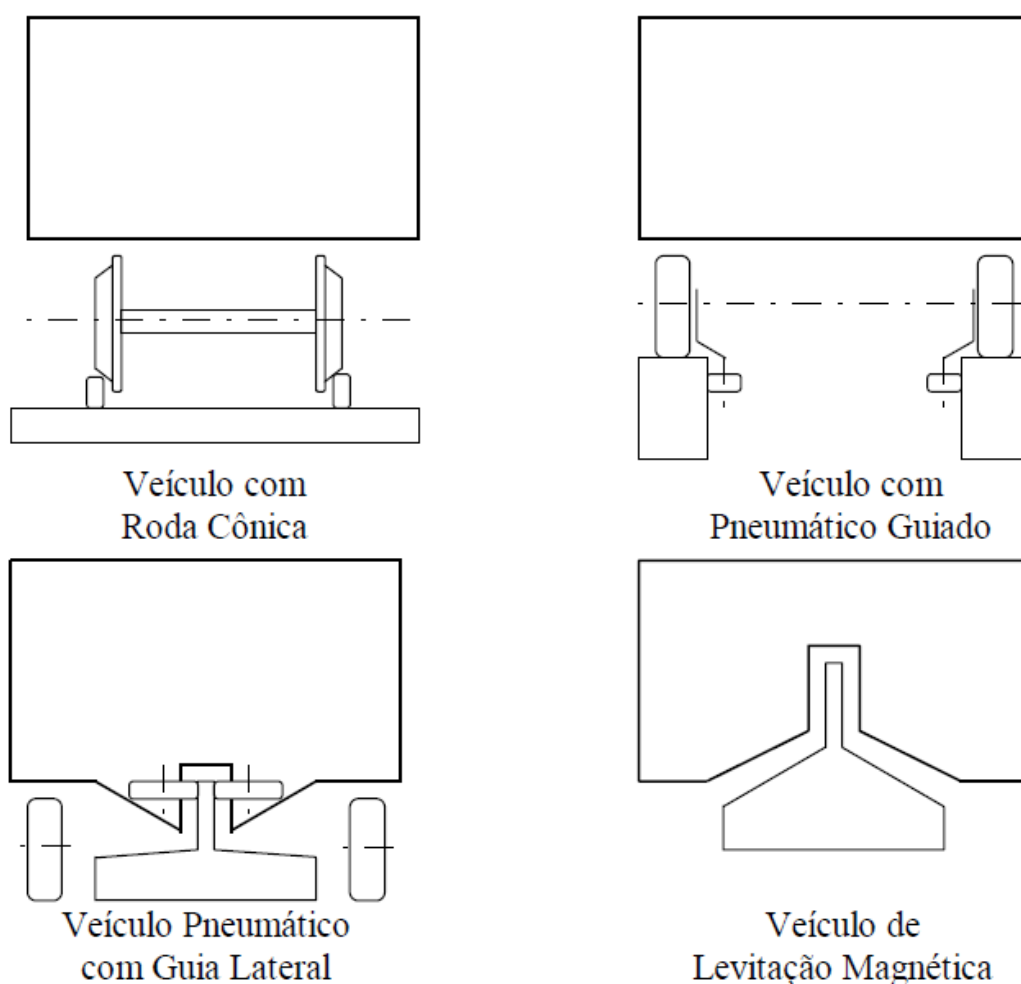


Figura 3 - Sistema de guiagem de veículos (BARBOSA, 1999)

As rodas cônicas, solução aplicadas quando o veículo se desloca sobre trilhos, permitem a leve inclinação do eixo das rodas em relação ao solo, permitindo a inclinação do corpo no sentido da curva.

Adotou-se como base de estudo um modelo típico de carro metroferroviário de passageiros para este trabalho. Além do próprio carro de passageiros, dois outros elementos principais são definidos e abordados para a compreensão do comportamento dinâmico: via permanente e bogie.

## 2.1. Via permanente

A via permanente é o sistema de sustentação e rolamento dos trens em circulação. Sua função principal é a orientação da passagem de veículos guiados de forma segura, sendo um componente estrutural do transporte ferroviário. Denomina-se via permanente o conjunto de componentes que possibilitam a passagens de trens de forma segura, os componentes presentes são: trilhos, fixação, dormentes, lastro, sub-lastro e sub-leito, como ilustrado na Figura 4.

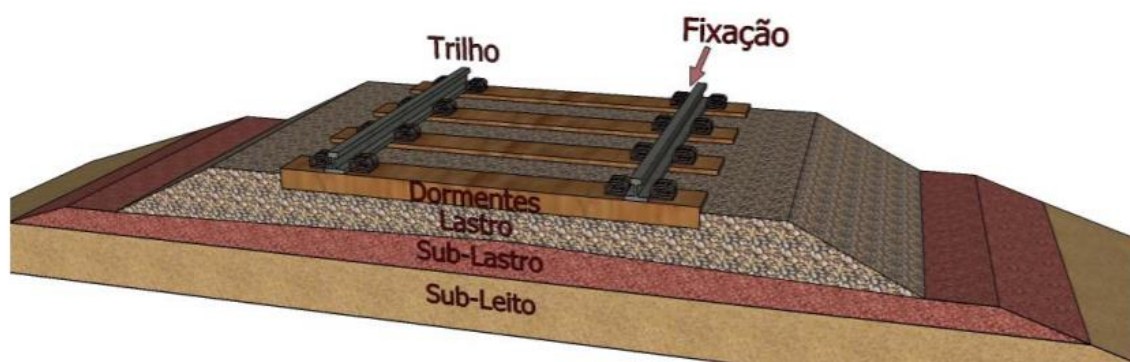


Figura 4 - Componentes da via permanente (KLINCEVICIUS, 2011)

Esses seis componentes podem ser divididos em infra-estrutura e super estrutura. A infra-estrutura refere-se as camadas com funções de terraplanagem, os sub-leitos e suas camadas inferiores são exemplos típicos. A super estrutura é formada pelos elementos acima do sub-leito. O conjunto trilhos, fixação e dormentes possui a denominação de grade de via.

A via permanente é uma das principais fontes de excitação de um veículo guiado. Quando a via permanente transmite os esforços da passagem do veículo para a fundação do solo, a via permanente exerce uma força de reação sobre as rodas. Essa força de reação é determinada pela dinâmica do veículo e pelo contato entre as rodas e os trilhos.

Os componentes da grade da via são detalhados na sequência deste trabalho.

## A. Dormentes

Dormentes ou travessas são estruturas colocadas transversalmente à via que servem de apoio para os trilhos. Podem ser feitas de diversos materiais e possuem como função:

- Suporte e fixação dos trilhos a fim de garantir a posição e estabilidade diante de esforços estáticos, esforços dinâmicos e variações de temperaturas.
- Transmitir os esforços recebidos dos trilhos ao lastro.
- Garantir a geometria da via permanente.

Os três materiais mais utilizados em dormentes são: madeira, concreto e aço. Historicamente a madeira era o material mais utilizado, porém por questões de escassez, facilidade e exigências ambientais, o concreto passou a substituí-la. Como vantagem, dormentes de concreto são mais duráveis, resistentes e fáceis de fabricar. Como desvantagem, o seu peso dificulta o transporte e a manutenção apesar de aumentar a estabilidade da via, absorvem menos as vibrações e transmitem mais cargas dinâmicas aos lastros (cerca de 25%) podendo provocar danos. Os dormentes de aço apesar de apresentarem boa conformidade geométrica e alta vida útil, possuem um alto custo e são leves o que diminui a estabilidade dos trilhos (KLINCEVICIUS, 2011 e ESVELD, 2001).



Figura 5 - Dormente de: madeira (esquerda), aço (cima) e concreto (baixo). (Observatório Metro Ferroviário, UFSC)



## C. Fixação

A fixação dos trilhos aos dormentes é feita por fixadores metálicos. Sua principal função é evitar deslocamentos verticais, laterais e longitudinais provocados pelas rodas dos veículos e pela variação de temperatura. (KLINCEVICIUS, 2011).

Os fixadores são divididos em dois grandes grupos: fixadores rígidos e fixadores elásticos. A principal vantagem da fixação elástica com relação a rígida é sua capacidade de amortecer as vibrações de alta frequência geradas pelas cargas dinâmicas (COIMBRA, 2008). A Figura 7 esquematiza um fixador rígido e um fixador elástico.

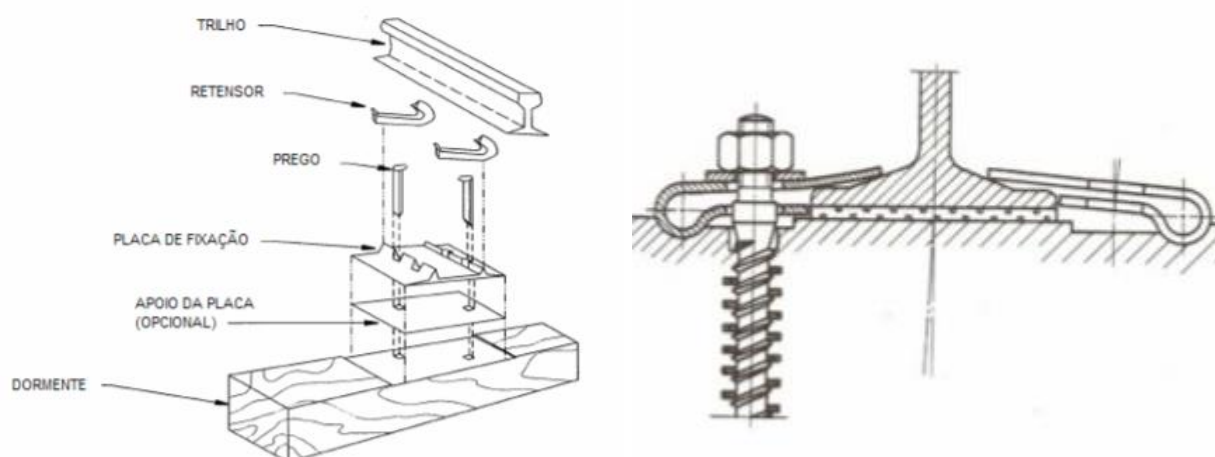


Figura 7 - Fixador rígido à esquerda (COIMBRA, 2006) e fixador elástico (BRINA, 1979)

## 2.2. Bogies

Acima dos trilhos e abaixo do carro de passageiros, existe uma estrutura denominada bogie ou truque (truck em inglês). Este componente do veículo ferroviário está conectado aos rodeiros (eixos rolantes) e tem como função (OKAMOTO, 1998):

- Suportar a carga dos carros de passageiros
- Manter estabilidade em retas e curvas
- Absorver vibrações geradas pelas irregularidades dos trilhos
- Minimizar impacto de forças centrífugas em curvas

Dois modelos de truques são mostrados na Figura 8.

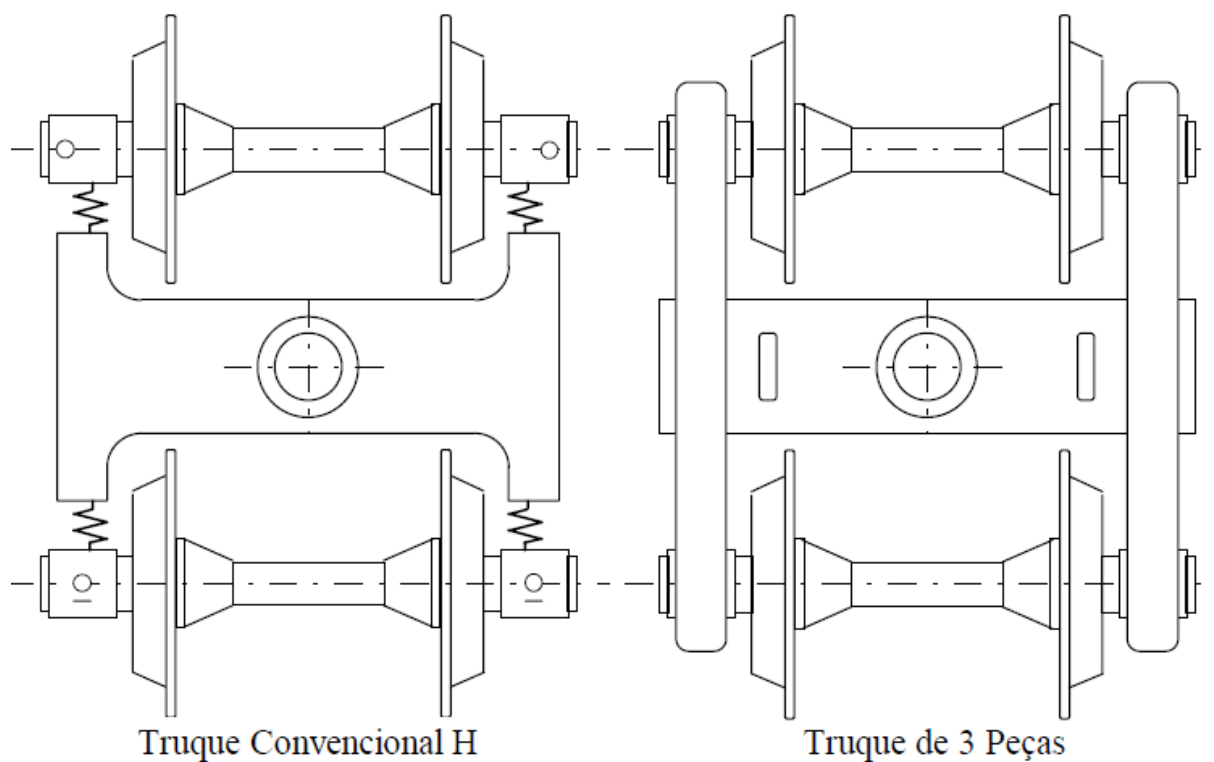


Figura 8 - Truque tipo H (esquerda) e truque de 3 partes (direita). (BARBOSA,1999)

O truque convencional H é utilizado em veículos destinados ao transporte de passageiros, enquanto o truque de 3 peças é utilizado no transporte de carga. Essas escolhas estão relacionadas com a rigidez horizontal e vertical da suspensão do truque, pois são fatores que afetam diretamente a estabilidade em retas e curvas. Como este trabalho está inserido no contexto de veículo metroferroviários, a modelagem se baseou no truque H.

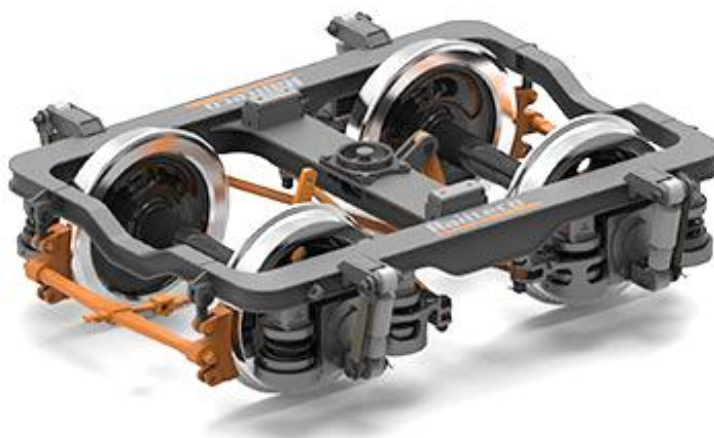


Figura 9 - Bogie H com os rodeiros. (Railteco catálogo).

### 3. Degradação da via permanente

Após a instalação da via permanente, a sua degradação acontece devido ao uso e às condições ambientais, sendo mais acelerado quanto mais intenso forem esses processos. A degradação devido ao uso tem origem nos esforços dinâmicos e nas vibrações oriundas do tráfego dos trens (LIMA, 1998).

Neste capítulo são definidos três eixos portadores de três direções de esforços. As três componentes (esforços verticais, esforços longitudinais e esforços transversais) atuam sobre os trilhos devido ao tráfego de veículos e as condições climáticas.

Os esforços verticais possuem direção perpendicular ao plano dos trilhos, estes são causados por cargas estáticas (peso do veículo) ou dinâmicas. Os esforços longitudinais estão na direção de deslocamento do veículo e são causados principalmente pela dilatação dos trilhos e acelerações como frenagens. E os esforços transversais são alinhados com a direção dos eixos do carro de passageiros e são causados geralmente pelas forças centrífugas.

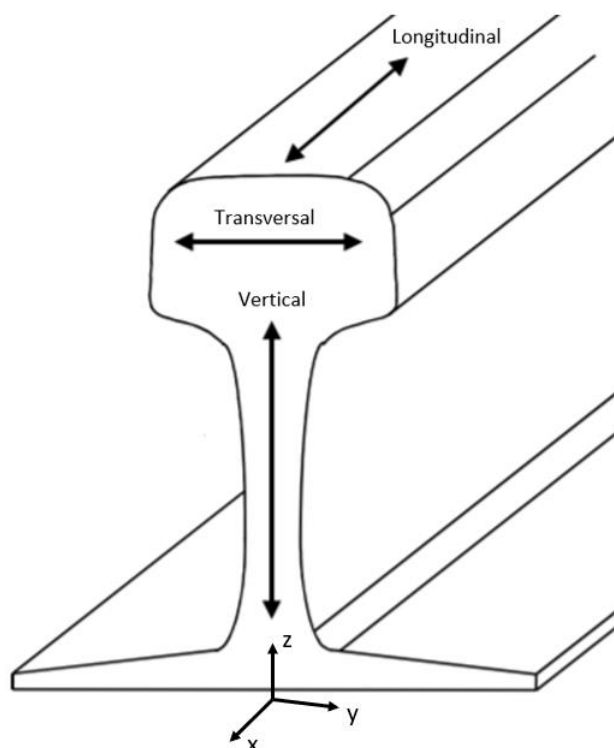


Figura 10 – Três direções dos esforços sobre os trilhos (RAIL DEFECTS HANDBOOK, 2012)

As degradações podem se verificar em parâmetros geométricos da superestrutura da via como os nivelamentos longitudinais e transversais e os alinhamentos em tangentes e nas curvas. Essas degradações são progressivas no tempo e são

geometricamente proporcionais a intensidade das vibrações e à velocidade dos veículos guiados (LIMA,1998 *abus* WANKE, 1979).

As degradações também podem ocorrer pelo desgaste ou deformação dos componentes da superestrutura, principalmente nas junções e fixações. Assim, a deformação desses elementos ao longo do tempo, que é resultante dos esforços dinâmicos, está diretamente ligada à precisão de montagem e da tolerância aceitável no projeto (LIMA,1998 *abus* WANKE, 1979).

Por fim, as degradações decorrentes da influência do meio ambiente. Os principais exemplos são a oxidação ou corrosão dos componentes metálicos que pode comprometer a bitola estruturalmente ou a superfície de contato. Pode-se citar ainda o apodrecimento dos dormentes de madeira que enfraquecem a fixação da estrutura diminuindo a capacidade de distribuição de carga (LIMA,1998 *apud* WANKE, 1979).

### 3.1. Anomalias nos trilhos

Neste trabalho, utilizando como referência Coimbra (2008), as principais anomalias dos trilhos são divididas anomalias de geometria e anomalias dos componentes.

As anomalias de geometria estão relacionadas com imprecisões dimensionais entre os trilhos e as anomalias dos componentes estão relacionadas a falhas estruturais dos trilhos como trincas.

As anomalias de geometria são divididas em seis categorias: bitola, nivelamento longitudinal, nivelamento transversal, alinhamento, empeno e superelevação. As anomalias de componentes são divididas em cinco categorias: longitudinais, transversais, superficiais, de desgaste e de soldas e juntas.

#### 3.1.1. Anomalias de geometria

##### i. Bitola

O parâmetro bitola é definido como a distância entre as faces internas dos boletos dos trilhos de uma via permanente,

As bitolas mais utilizadas são divididas em três grupos: estreitas, padrão/internacional e larga. No Brasil, a bitola adotada como padrão para novas construções de carga é a bitola Larga (1600 mm), definido no Plano Nacional de

Viação. Porém, em diferentes regiões encontra-se bitolas de tamanhos diferentes, atualmente a bitola com maior quilometragem é a bitola estreita tipo métrica, com 23.489 km [Manual didático - UFPR].

As anomalias das bitolas são classificadas em dois tipos:

- alargamento da bitola
- estreitamento da bitola

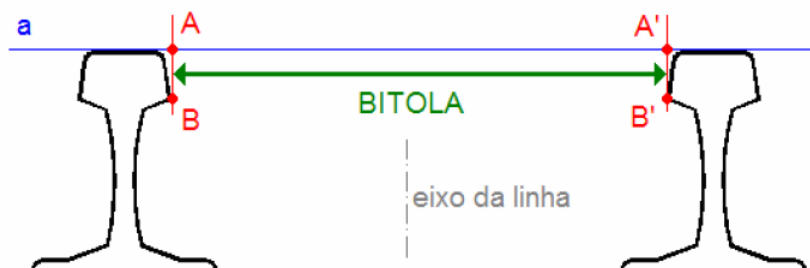


Figura 11 - Parâmetro Bitola (COIMBRA, 2008).



Figura 12 - Bitolas métricas e irlandesas na mesma via permanente. Linha Esmeralda, terminal Pinheiros.

## ii. Nivelamento longitudinal

O nivelamento vertical longitudinal consiste em comparar o plano horizontal da superfície de rolamento na via permanente com uma deformação pontual do par de trilhos na direção vertical, podendo ser considerado como um desnivelamento vertical absoluto. Essas irregularidades são responsáveis pelo movimento de galope nos veículos em movimento.

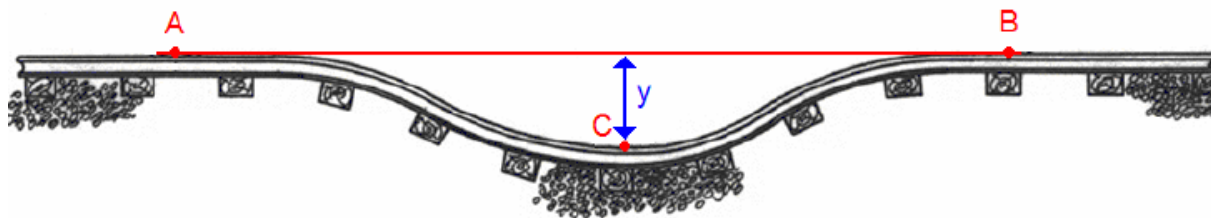


Figura 13 - Desnivelamento vertical longitudinal ( $y$ ) (COIMBRA, 2008).

### iii. Nivelamento transversal

O nivelamento vertical transversal consiste em comparar o nivelamento da superfície de nivelamento de um trilho em relação ao outro, de outra forma, é o desnivelamento relativo entre os trilhos.

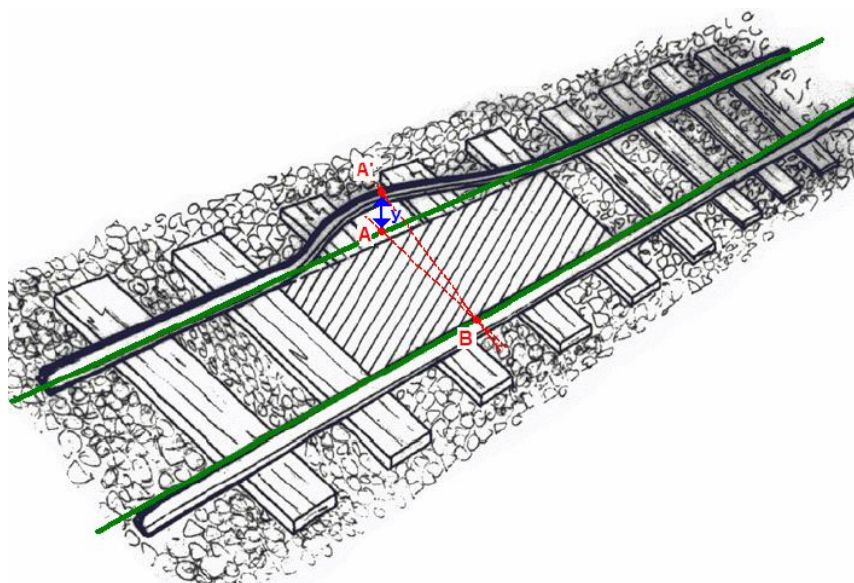


Figura 14 - Desnivelamento vertical transversal (COIMBRA, 2008).

### iv. Alinhamento

A anomalia de desalinhamento mede a distância do eixo central de alinhamento com o eixo central real dos trilhos. Esta distância é medida na direção transversal ao deslocamento do veículo, direção  $y$ .

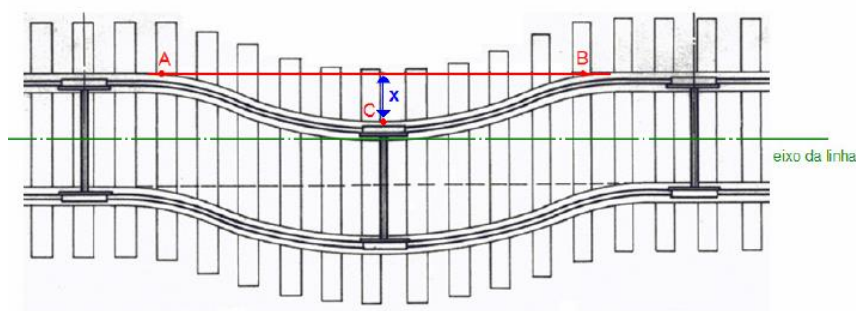


Figura 15 - Desalinhamento na direção y (COIMBRA, 2008)

#### v. Empeno

O empeno é a anomalia em que os trilhos possuem variação na direção vertical de forma alternada provocando um movimento de torção sobre o veículo guiado. O empeno é formado pelo desalinhamento transversal repetidamente de forma alternada entre os trilhos, a exemplifica essa anomalia.

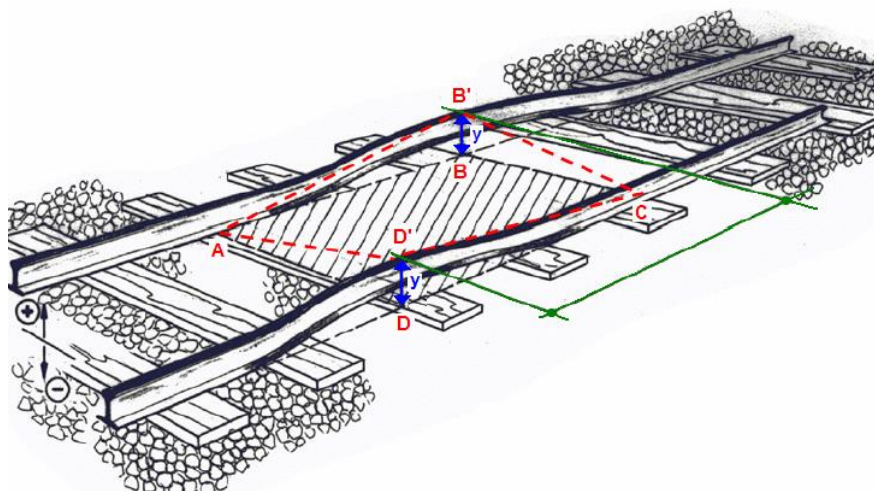


Figura 16 - Empeno dos trilhos (COIMBRA, 2008)

#### vi. Superelevação

A superelevação é a inclinação do plano de apoio dos trilhos, provocando uma diferença de altura vertical entre os trilhos como mostrado na Figura 17. Usado como parâmetro de projeto em curvas, possui a finalidade de equilibrar a força centrífuga que tende a deslocar o veículo na direção radial para o lado de fora da curva.

Apesar de não ser uma anomalia, a superelevação pode se agravar e dependendo da velocidade dos veículos pode causar tombamentos e acelerações indesejadas.

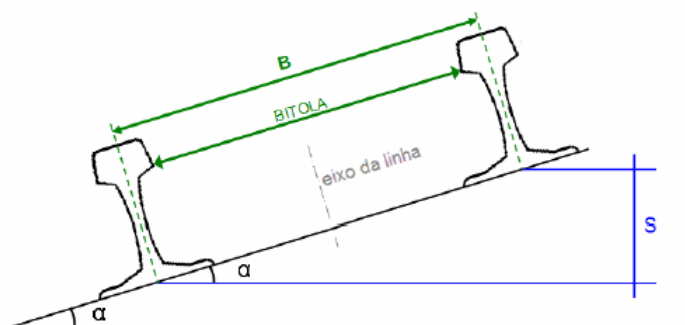


Figura 17 - Superelevação da via permanente (COIMBRA, 2008)

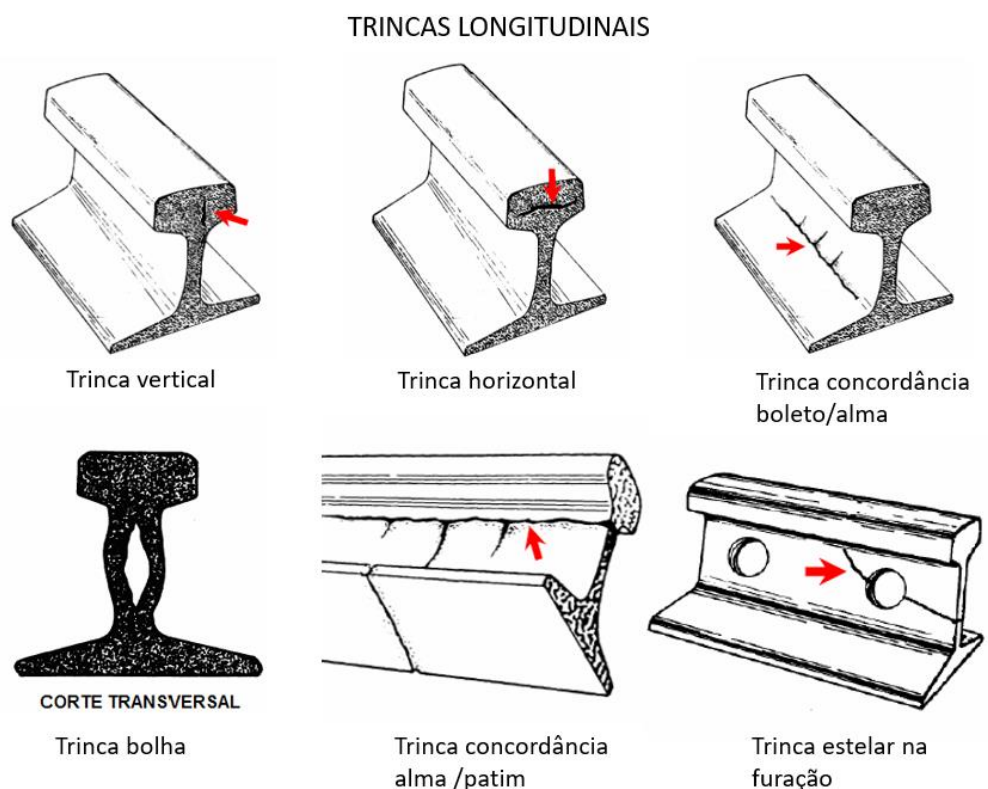
### 3.1.2. Anomalias de componentes

#### i. Anomalias Longitudinais

As anomalias longitudinais são caracterizadas por possuírem trincas na direção do comprimento do trilho. Alguns exemplos destas trincas são:

- Trinca vertical (*Vertical Crack – VCR*)
- Trinca horizontal (*Transversal Crack – VCR*)
- Trinca de bolha (*Vertical longitudinal splitting of the web*)
- Trinca de concordância boleto/alma (*Cracking at head/web Fillet Radius – TBA*)
- Trinca de concordância alma/patim (*Cracking at web/foot Fillet Radius – TBA*)
- Trinca estelar na furação (*Bolt Hole Crack – BHC*)

Estas trincas se formam, geralmente, durante o processo de fabricação dos componentes mais especificamente durante solidificação do aço em que a presença de impurezas ou a segregação dos elementos provoca a perda de resistência da liga. Como mostrado na Figura 18, as trincas podem acontecer no interior da peça, o que dificulta a sua identificação, neste caso a inspeção deve ser feita por ultrassom.



*Figura 18 - Exemplos de trincas longitudinais (adaptado de COIMBRA, 2008)*

## ii. Anomalias superficiais

As anomalias superficiais são aquelas que aparecem na superfície do boleto e estão em contato direto com as rodas dos veículos. Essas irregularidades alteram o contato entre o boleto e a roda e provocam vibrações indesejadas no carro guiado. Sua identificação pode ser feita visualmente. Podemos dividi-las em anomalias longitudinais de canto e de topo.

### Canto:

- Fissuração do canto da bitola (*Head Checks – HDC*)
- Escamação do boleto (*Flaking – FLK*)
- Estilhamento do canto da bitola (*Spalling – SPA*)
- Despedaçamento do canto da bitola (*Shelling – SHL*)
- Escoamento (*Flowed Rail – FLR*)

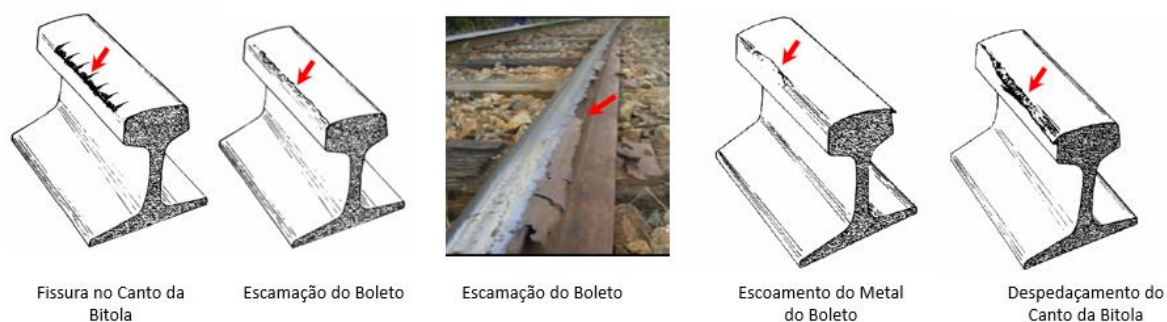


Figura 19 - Anomalias de superfície de canto (adaptado de COIMBRA,2008)

### Topo:

- Shelling na superfície do boleto (Dark Spot – DAR)
- Patinagem (*Wheel Burn* – WHB)
- Esmagamento do boleto (*Crushed Head* – CRH)
- Sulco no boleto (Long Groove – LNG)

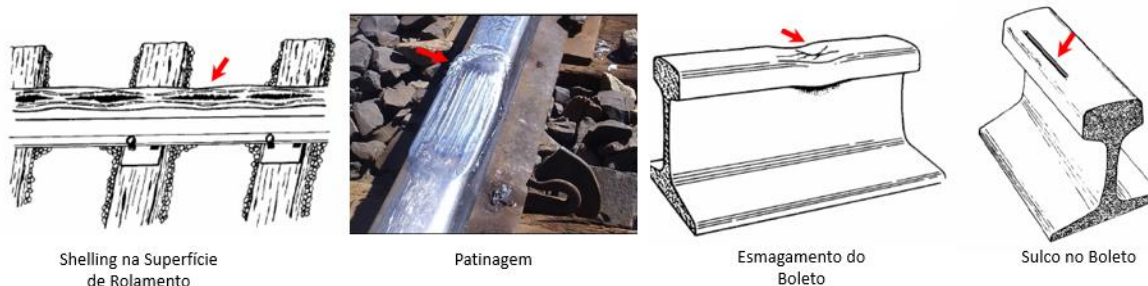


Figura 20 - Anomalias de superfície de topo (adaptado de COIMBRA,2008)

### iii. Anomalias transversais

As anomalias transversais se manifestam preponderantemente no plano de secção transversal da viga do trilho. Normalmente, são detectadas por ultra-som (ou visualmente quando estão na superfície). Alguns exemplos são:

- Fissuração Transversal
- Fissuração Composta



Figura 21 - Anomalias transversais (adaptado de Coimbra, 2008)

#### iv. Anomalias nas soldas e juntas

As anomalias de soldas que afetam a superfície do boleto dos trilhos são elevações ou depressões localizadas em zonas afetadas termicamente pelo calor da soldagem. O Caroço (elevação) e a Canoa (depressão) possuem a largura da solda que une trechos da via permanente (5 a 10 cm) de comprimento e 1 milímetro de variação vertical. Além destas, trincas originadas de regiões de soldas podem levar a fratura dos trilhos.

- Caroço
- Canoa
- Trinca em soldas

O Martelamento é uma anomalia recorrente em junções mecânica (CVRD, 2001). O choque das rodas dos carros guiados com as juntas de folga de dilatação e contração do trilho podem alterar o nivelamento da junta através do escoamento das extremidades dos trilhos de aço, fechando a folga de dilatação (Figura 22). Esta alteração vertical do nível produz vibrações sobre o material rolante.

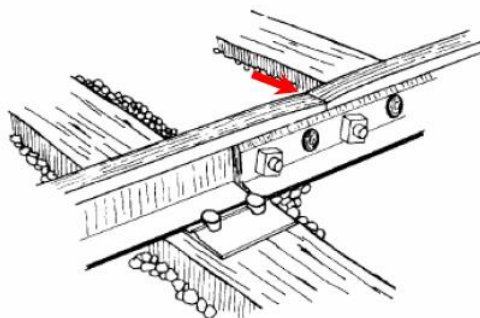


Figura 22- Anomalia de martelamento (COIMBRA, 2008)

#### v. Desgaste do boleto

O desgaste do boleto pode ser dividido em três categorias: desgaste lateral, desgaste vertical e desgaste ondulatório.

Os dois primeiros, desgaste lateral e vertical, estão relacionados com a interação dos frisos das rodas e com os trilhos em situações de curvas e inclinações acentuados. O desgaste excessivo (lateral ou perda de altura) pode levar a fraturas e desestabilidade dos carros guiados.



Figura 23 - Desgaste lateral em trilho (AGICO Rail website)

O desgaste ondulatório, também conhecido como Corrugation Rail (em inglês), é a formação de um perfil ondulado na superfície de rolamento dos trilhos. Este desgaste é consequência física do contato roda-trilhos e se estende na direção longitudinal da via permanente.



Figura 24 - Desgaste ondulatório (GRASSIE, 2009)

Segundo Collete (2007), pode-se diferenciar cinco tipos de desgastes ondulatórios.

- Tipo 1 – “Heavy-haul” / “Light Rail” - Ressonância da massa não suspensa, escoamento plástico ( $\lambda = 20$  a 1500 mm e baixa frequência)
- Tipo 2 - “Rutting” – Ressonância de torção do eixo, desgaste longitudinal ( $\lambda = 50$  a 200 mm)
- Tipo 3 – Modos de flexão do eixo e da via ( $\lambda = 40$  a 60 mm)
- Tipo 4 – Modo de ressonância dos dormentes ( $\lambda = 40$  a 60 mm)
- Tipo 5 – “Pinned-pinned” - Modo de ressonância dos trilhos, desgaste longitudinal ( $\lambda = 20$  a 80 mm)

Esses cinco tipos de desgastes ondulatórios se diferenciam principalmente pelos diferentes comprimentos de onda. Apesar de possuírem causas diversas como esforços de frenagem e aceleração, irregularidades da via, deflexão dos trilhos, frequência de ressonância, raios de curvatura, peso dos carros guiados dentre outros não completamente determinadas na literatura, este perfil de desgaste ondulatório aproxima os fenômenos.

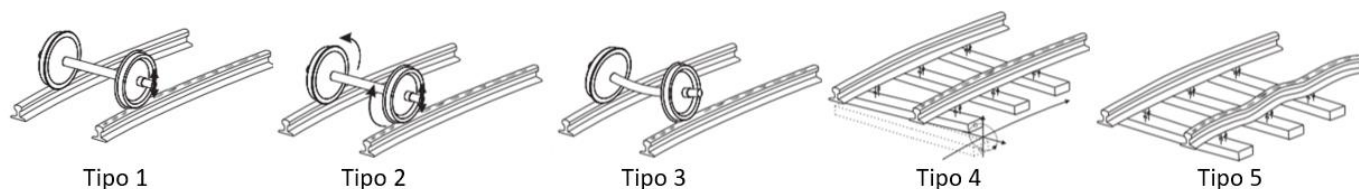


Figura 25 - Tipos de desgastes ondulatórios (adaptado de Collette, 2007).

Finalmente, a Tabela 3 resume as principais anomalias descritas neste tópico

Tabela 3 - Principais anomalias em trilhos

|                        |                             |                             |
|------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Anomalia de Geometria  | - Bitola                    |                             |
|                        | - Nivelamento longitudinal  |                             |
|                        | - Nivelamento transversal   |                             |
|                        | - Alinhamento               |                             |
|                        | - Empeno                    |                             |
|                        | - Superelevação             |                             |
| Anomalia de Componente | - Anomalias Longitudinais   | . Trinca Vertical           |
|                        |                             | . Trinca Horizontal         |
|                        |                             | . Trinca Bolha              |
|                        |                             | . Trinca Conc. Boletto/Alma |
|                        |                             | . Trinca Conc. Alma/Patim   |
|                        |                             | . Trinca na Furação         |
|                        | - Anomalias Superficiais    | . Canto                     |
|                        |                             | . Topo                      |
|                        | - Anomalias Transversais    | . Fissuração Transversal    |
|                        |                             | . Fissuração Composta       |
|                        | - Anomalias Soldas e juntas | . Variação vertical         |
|                        |                             | . Trinca                    |
|                        | - Desgaste da Bitola        | . Lateral/Vertical          |
|                        |                             | . Oscilatório               |

## 4. Modelagem do veículo

Neste trabalho, a modelagem do veículo guiado tridimensional é dividida em dois modelos bidimensionais que analisam os movimentos verticais. O princípio consiste em desacoplar os movimentos vertical no plano  $xz$  aos movimentos verticais no plano  $yz$ . Como pretende-se estudar inicialmente de forma simplificada a influência do comprimento de onda das irregularidades no comportamento do veículo, decidiu-se analisar de forma separada e desacoplada para a compreensão e distinção dos fenômenos envolvidos. Assim, este trabalho analisa somente o modelo vertical no plano  $xz$ .

### 4.1. Modelo vertical

O modelo vertical no plano  $xz$  representa o carro metroferroviário em seu maior comprimento. A Figura 26 representa esquematicamente o modelo de  $\frac{1}{2}$  veículo com suas principais dimensões geométricas e com seus principais parâmetros dinâmicos. Destaca-se ainda que o veículo se desloca na direção do eixo  $x$  de coordenadas a uma velocidade constante ( $V$ ).

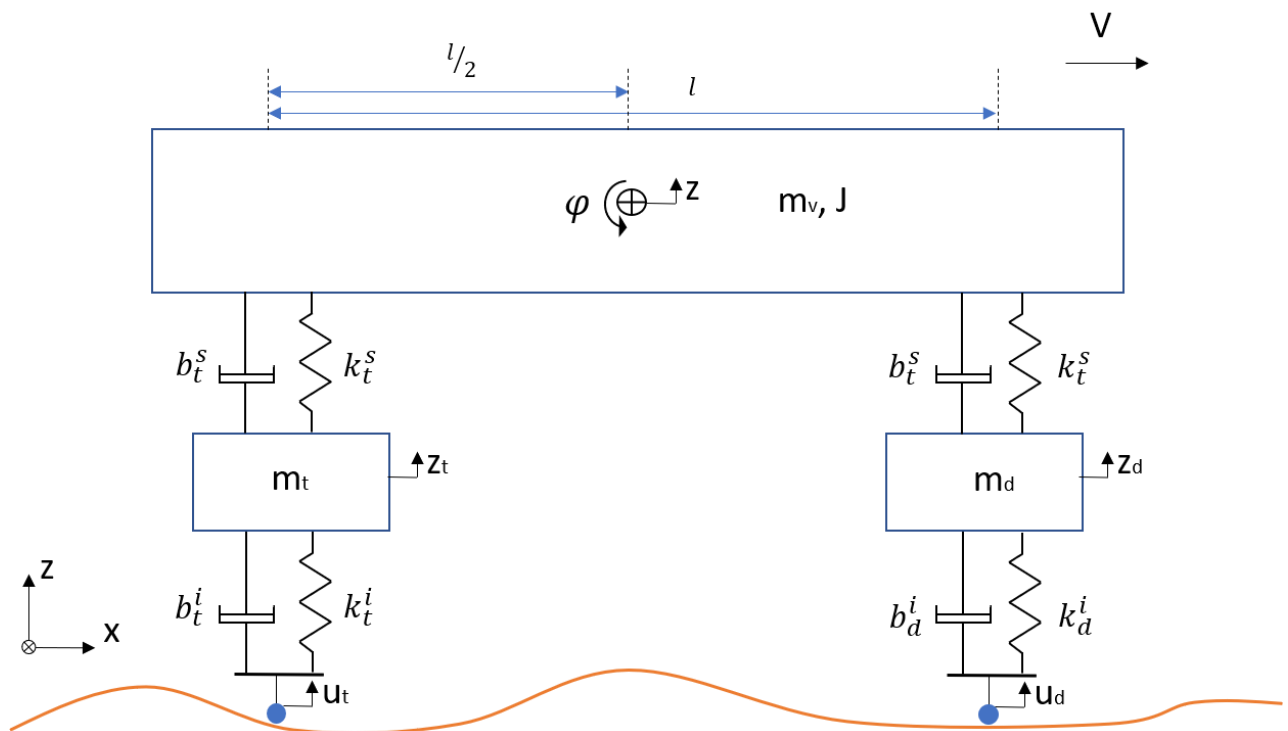


Figura 26 - Modelo dinâmico de 1/2 veículo

O modelo é formado de três corpos: bogie dianteiro, bogie traseiro e o carro do veículo. O modelo apresentado se apoia sobre dois eixos. Esta representação é uma simplificação do modelo de Tsunashima e al (2014) em que não há mais rotações dos bogies e conseqüentemente reduz-se o número de entradas de quatro para duas (uma em cada bogie). A representação de um modelo de ½ veículo com apenas duas entradas também é explorada por diversos outros autores, inclusive por Barbosa (2016) em seu estudo sobre a qualidade da via.

Assim, o modelo proposto possui quatro graus de liberdade que são os deslocamentos verticais dos três corpos mais a rotação de corpo rígido do carro metroferroviário. As equações dinâmicas do modelo vertical de ½ veículo são exibidas abaixo.

- Equação da massa do bogie traseiro ( $m_t$ )

$$m_t \ddot{z}_t + (-b_t^s + b_t^i) \dot{z}_t + (-k_t^s + k_t^i) z_t - b_t^s \frac{l}{2} \dot{\varphi} \cos \varphi - k_t^s \frac{l}{2} \sin \varphi + b_t^s \dot{z} + k_t^s z = b_t^i \dot{u}_t + k_t^i u_t \quad (1)$$

- Equação da massa do bogie dianteiro ( $m_d$ )

$$m_d \ddot{z}_d + (-b_d^s + b_d^i) \dot{z}_d + (-k_d^s + k_d^i) z_d + b_d^s \frac{l}{2} \dot{\varphi} \cos \varphi + k_d^s \frac{l}{2} \sin \varphi + b_d^s \dot{z} + k_d^s z = b_d^i \dot{u}_t + k_d^i u_t \quad (2)$$

- Equação da massa do veículo ( $m_v$ )

$$m_v \ddot{z} + (b_d^s + b_t^s) \dot{z} + (k_d^s + k_t^s) z + (-b_t^s + b_d^s) \frac{l}{2} \dot{\varphi} \cos \varphi + (-k_t^s + k_d^s) \frac{l}{2} \sin \varphi - b_d^s \dot{z}_d - k_d^s z_d - b_t^s \dot{z}_t - k_t^s z_t = 0 \quad (3)$$

- Equação rotacional do veículo (J)

$$J \ddot{\varphi} + \left[ (b_d^s + b_t^s) \frac{l^2}{4} \dot{\varphi} \cos \varphi + (k_d^s + k_t^s) \frac{l^2}{4} \sin \varphi + (-b_t^s + b_d^s) \frac{l}{2} \dot{z} + (-k_t^s + k_d^s) \frac{l}{2} z + b_t^s \frac{l}{2} \dot{z}_t + k_t^s \frac{l}{2} z_t - b_d^s \frac{l}{2} \dot{z}_d - k_d^s \frac{l}{2} z_d \right] \cos \varphi = 0 \quad (4)$$

Conforme esperado, o problema estudado apresenta termos não lineares. Utilizando-se a hipótese de pequenos deslocamentos, pode-se linearizar o sistema. Essa hipótese é válida para pequenos deslocamentos ao redor de uma posição de

equilíbrio. No modelo apresentado, adota-se a hipótese que as oscilações ocorrem ao redor das posições de equilíbrio estático.

Para isso, realizou-se a linearização das equações de movimento do veículo recorrendo à expansão em série de Taylor para funções de múltiplas variáveis. Foram considerados apenas os primeiros termos da expansão, ou seja, os termos de segunda ordem foram desconsiderados.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \sum_{i_1+i_2+\dots+i_m=k}^k \frac{k!}{i_1!i_2!\dots i_m!} \frac{\partial^k f(x_1, x_2, \dots, x_m)}{\partial x_1^{i_1} \partial x_2^{i_2} \dots \partial x_m^{i_m}} (x_1 - a_1)^{i_1} \dots (x_m - a_m)^{i_m} \quad (5)$$

As equações linearizadas podem ser escritas na forma matricial:

$$M\ddot{w} + B\dot{w} + Kw = Uu \quad (6)$$

- Matrix massa e momento de inércia (M)

$$M = \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J \end{bmatrix} \quad (7)$$

- Matriz de amortecimento (B)

$$B = \begin{bmatrix} b_t^i - b_t^s & 0 & b_t^s & -b_t^s \frac{l}{2} \\ 0 & b_d^i - b_d^s & b_d^s & b_d^s \frac{l}{2} \\ -b_t^s & -b_d^s & b_d^s + b_t^s & (-b_d^s + b_t^s) \frac{l}{2} \\ b_t^s \frac{l}{2} & -b_d^s \frac{l}{2} & (-b_d^s + b_t^s) \frac{l}{2} & (b_d^s + b_t^s) \frac{l^2}{4} \end{bmatrix} \quad (8)$$

- Matriz de rigidez (K)

$$K = \begin{bmatrix} k_t^i - k_t^s & 0 & k_t^s & -k_t^s \frac{l}{2} \\ 0 & k_d^i - k_d^s & k_d^s & k_d^s \frac{l}{2} \\ -k_t^s & -k_d^s & k_d^s + k_t^s & (-k_d^s + k_t^s) \frac{l}{2} \\ k_t^s \frac{l}{2} & -k_d^s \frac{l}{2} & (-k_d^s + k_t^s) \frac{l}{2} & (k_d^s + k_t^s) \frac{l^2}{4} \end{bmatrix} \quad (9)$$

- Matriz de entrada (U)

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

- Vetor das forças traseiras e dianteiras das entradas (u)

$$u = \begin{bmatrix} F_t \\ F_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_t^i u_t + b_t^i \dot{u}_t \\ k_d^i u_d + b_d^i \dot{u}_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

- Vetor dos graus de liberdade (w)

$$w = \begin{bmatrix} z_t \\ z_d \\ z \\ \varphi \end{bmatrix} \quad (12)$$

Após linearizar as equações, as mesmas foram escritas na forma de Espaço de Estados com a equação de estado e a equação da saída.

- Equação de estado:

$$\dot{x} = A x + B r \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \ddot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M^{-1}K & M^{-1}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \end{bmatrix} \quad (14)$$

- Equação de saída:

$$y = C x + D r \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{w} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ M^{-1}K & M^{-1}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M^{-1}U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \end{bmatrix} \quad (16)$$

sendo:

$$x = \begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad r = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \end{bmatrix} \quad (17)$$

## 4.2. Modelo dos rolantes

A modelagem dos rolantes é de grande importância neste trabalho. Esta modelagem insere a ideia que é discutida no próximo capítulo referente a interação do solo com os rolantes no modelo de corpos rígidos.

Segundo a abordagem do tópico anterior, há duas forças de entrada no modelo veicular: a força dianteira e a força traseira. Estas forças são definidas como as forças que os centros geométricos dos rolantes exercem sobre a estrutura do veículo (Figura 27). O diagrama de corpo livre do rolante também é representado, onde  $R$  é a força resultante,  $F_t$  é a força traseira e “ $e$ ” é a excentricidade entre o ponto de contato e o centro geométrico dos rolantes.

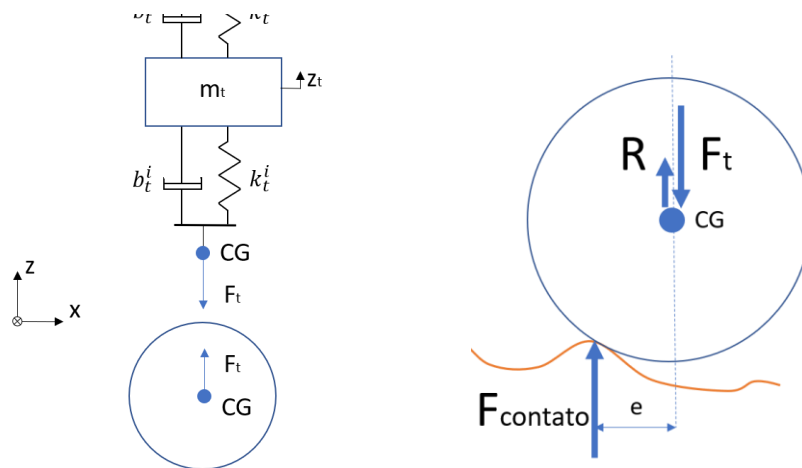


Figura 27- Força entre os rolantes e o veículo através do CG dos rolantes e diagrama de corpo livre dos rolantes

Neste trabalho, o cálculo das forças de entradas é puramente cinemático. Admitindo conhecida o perfil da via férrea, sabe-se os deslocamentos e velocidades verticais o ponto de contato dos rolantes com o solo. Entretanto, os deslocamentos e velocidades verticais do centro geométrico dos rolantes são diferentes do ponto de contato.

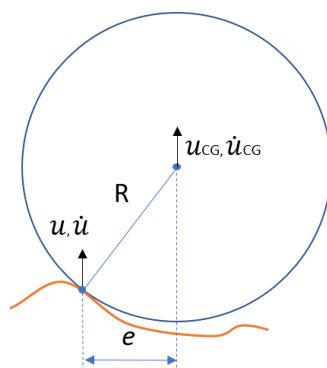


Figura 28 - Esquema da cinemática do ponto de contato e do ponto do centro geométrico dos rolantes

Assim, para avaliar esta diferença cinemática, elaborou-se dois modelos que calculam a força no centro geométrico de forma diferente. O primeiro modelo, chamado de modelo simplificado, não possui excentricidade devido à inclinação do plano, assim, a força do contato com o solo é considerada igual a força no centro geométrico. O segundo modelo, chamado de modelo do centro geométrico, possui excentricidade devido à inclinação do plano, desta forma, a força do centro geométrico é calculada a partir dos deslocamentos e velocidade deste ponto.

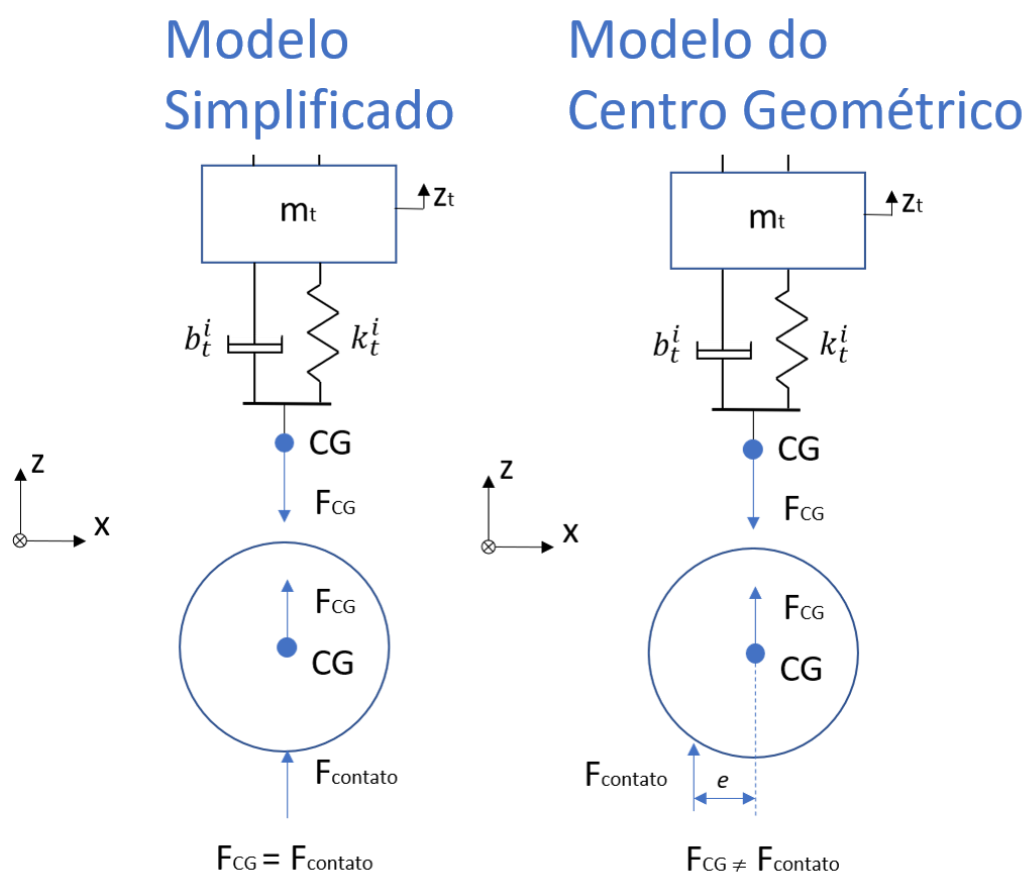


Figura 29 - Esquema do modelo simplificado versus o modelo do centro geométrico

## 5. Modelagem das entradas senoidais

As principais irregularidades em trilho foram divididas conforme a sua influência nos modelos desacoplados. Algumas das anomalias de trilhos que interferem no modelo vertical são listadas abaixo.

- Desgaste ondulatório
- Nivelamento longitudinal
- Anomalias superficiais de topo
- Anomalias nas soldas e juntas

Dentre as anomalias, optou-se por estudar a modelagem do desgaste ondulatório para entradas senoidais do perfil da via permanente. O objetivo desta seção é determinar o movimento do centro geométrico a partir de uma entrada senoidal (perfil da via). O movimento do centro geométrico é a nova entrada para o modelo do veículo desenvolvido no capítulo anterior.

O perfil ondulado dos trilhos pode ser representado de forma simplificada como uma curva senoidal em função do comprimento.

$$z_s(x_s) = A \cdot \sin(w_e \cdot x_s + \zeta) \quad (18)$$

onde:

- A: amplitude da anomalia da via
- $w_e$ : frequência senoidal que descreve a anomalia da via
- $x_s$ : variável horizontal do deslocamento do ponto de contato
- $\zeta$ : fase senoidal da anomalia
- $z_s$ : variável vertical do deslocamento do ponto de contato

Note que diferentemente do caso de uma onda eletromagnética, esta função senoidal não depende do tempo, pois a geometria do trilho é definida e esta não possui velocidade. Assim, pode-se adotar, sem comprometer a solução, uma fase nula. A frequência característica é invariável e é definida como:

$$w_e = \frac{2\pi}{\lambda_e} \quad (19)$$

onde  $\lambda_e$  é o comprimento de onda da função senoidal no espaço.

Entretanto, considerando a hipótese de corpos rígidos, o movimento descrito pelo centro geométrico da roda (e conseqüentemente a entrada do modelo) não é necessariamente idêntico ao perfil topográfico dos trilhos devido a ação da normal.

Assim, o contato trilho e roda que define os deslocamentos, as velocidades e as acelerações a serem recebidos pelo veículo guiado.

Supondo um contato de corpos rígidos e adotando uma função genérica  $f(x_s)$  que descreve a topografia da via, pode-se descrever o movimento do centro geométrico dos rolantes no plano cartesiano (Figura 30) através das equações abaixo.

$$\vec{r}_{CG} = \vec{r}_s + \vec{R} \quad \begin{cases} x_{CG}(x_s, \theta) = x_s + R \cdot \cos(\theta) \\ z_{CG}(x_s, \theta) = f(x_s) + R \cdot \sin(\theta) \end{cases} \quad (20)$$

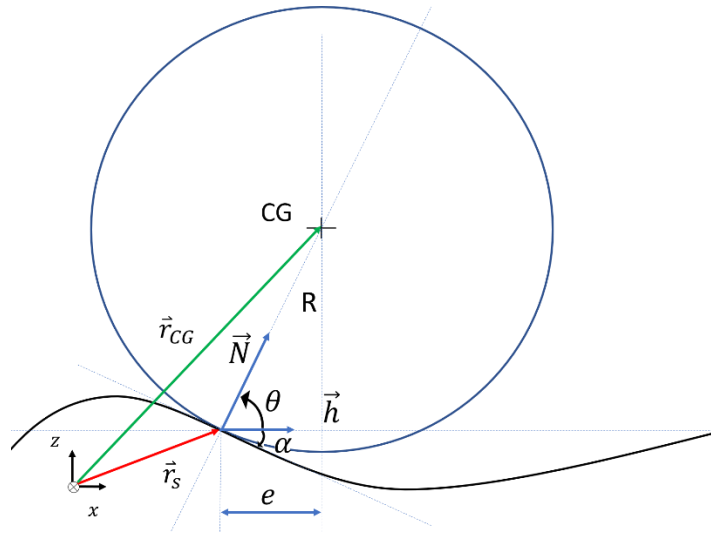


Figura 30 - Modelo de contato corpo rígido. Indicação das variáveis no espaço.

Sendo  $f(x_s)$  uma função senoidal ( $f(x_s) = z_s(x_s)$ ), tem-se:

$$\begin{cases} x_{CG}(x_s, \theta) = x_s + R \cdot \cos(\theta) \\ z_{CG}(x_s, \theta) = A \cdot \sin(w_e \cdot x_s) + R \cdot \sin(\theta) \end{cases} \quad (21)$$

Ressalta-se que a excentricidade entre o ponto de contato e o centro geométrico dos rolantes é justamente igual a  $R \cdot \cos(\theta)$ . Assim, poderia-se escrever a função  $x_{CG}$  com os parâmetros  $x_s$  e “e”.

O movimento descrito pelo centro geométrico da roda possui como condição fundamental ter uma distância igual ao raio (R) na direção normal à  $f(x_s)$  para todo ponto de contato. Desta forma, pode-se imaginar um ângulo  $\theta$  que é definido entre um vetor unitário horizontal ( $\vec{h}$ ) e o vetor normal ( $\vec{N}(x)$ ) da função  $f(x_s)$ . Assim, pode-se encontrar o ângulo  $\theta$  através do produto escalar entre  $\vec{N}$  e  $\vec{h}$ .

$$\theta = \arccos\left(\frac{\vec{N} \cdot \vec{h}}{|\vec{N}| |\vec{h}|}\right) \quad \theta \in [0; \pi] \quad (22)$$

Ou, através da geometria do problema, pode-se escrever o ângulo  $\theta$  através da seguinte expressão.

$$\theta = \alpha + \frac{\pi}{2} \quad (23)$$

Onde  $\alpha$  é o coeficiente angular da reta (ângulo entre a tangente da curva  $f(x_s)$  e a horizontal). Assim, sabendo que a tangente da inclinação da reta num ponto de uma função é igual a derivada neste ponto, tem-se:

$$\tan \alpha = \frac{d(f(x_s))}{dx_s} \quad (24)$$

Como  $f(x_s)$  é senoidal, a expressão do ângulo da inclinação da reta é:

$$\alpha = \arctan(A \cdot w_e \cdot \cos(w_e \cdot x_s)) \quad (25)$$

Assim, o ângulo  $\theta$  é expresso pela fórmula abaixo.

$$\theta = \arctan(A \cdot w_e \cdot \cos(w_e \cdot x_s)) + \frac{\pi}{2} \quad (26)$$

Finalmente, substituindo a variável  $\theta$  na equação (21), pode-se escrever uma função parametrizada que descreve o movimento do centro geométrico dos rolantes.

$$\begin{cases} x_{CG}(x_s) = x_s + R \cdot \cos(\arctan(A \cdot w_e \cdot \cos(w_e \cdot x_s)) + \frac{\pi}{2}) \\ z_{CG}(x_s) = A \cdot \sin(w_e \cdot x_s) + R \cdot \sin(\arctan(A \cdot w_e \cdot \cos(w_e \cdot x_s)) + \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad (27)$$

## 5.1. Configurações de rolamento

Percebe-se que esta função parametrizada possui 3 constantes: " $R$ ", " $A$ ", " $w_e$ " e uma variável: " $x_s$ ". Variando os valores das constantes, obtêm-se duas configurações bem definidas referentes ao contato dos rolantes com o perfil de entrada senoidal.

- os rolantes tangenciam todos os pontos da entrada senoidal
- rolantes não tangenciam todos os pontos da entrada senoidal

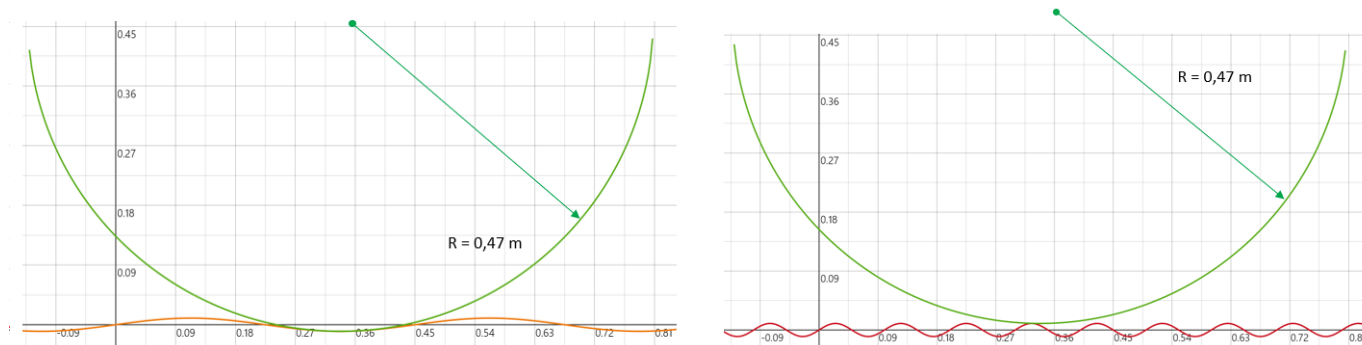


Figura 31 - Circunferência tangencia todos os pontos (figura à esquerda), circunferência não tangencia todos os pontos (figura à direita).

Usando os conceitos de cálculo topográfico, calcula-se a condição limite de tangenciabilidade dos rolantes sobre todos os pontos da função senoidal (Equação 28), mais detalhes Anexo A. O resultado mostra que o valor limite do comprimento de onda é função do raio ( $R$ ) e da amplitude da via ( $A$ ) para uma curva senoidal.

$$w_{lim}^2 = \frac{1}{A \cdot R} \rightarrow \lambda_{lim}^2 = (2\pi)^2 \cdot A \cdot R \quad (28)$$

O cálculo deste limite é relevante para o fenômeno de corrugação que são frequentes em comprimentos de onda menores que 200 mm. Escolhendo valores de diâmetro entre 29" e 42", obtêm-se curvas do limite da condição de tangência. Define-se os valores mínimos de amplitude da via para que ocorra o duplo contato. Como exemplo, para um raio de 36", um comprimento de onda de 95 mm, obtêm-se uma amplitude mínima de 0,5 mm.

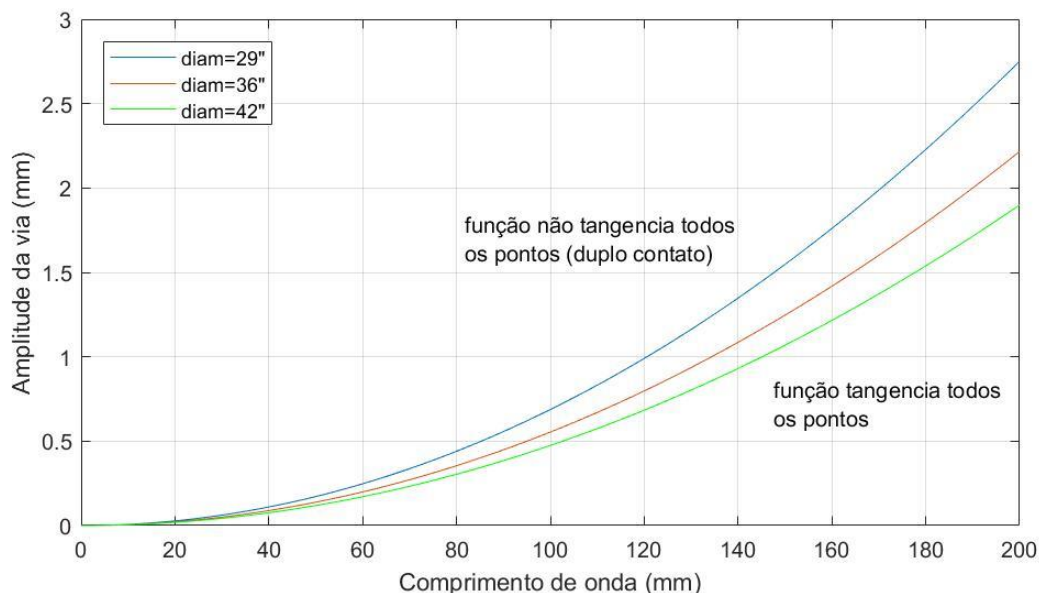


Figura 32 - Limite entre o duplo contato e o não duplo contato (até 200 mm).

No capítulo 3.1.2, estudou-se que dois tipos de corrugação apresentam faixas de comprimento de onda menores que 60 mm (modos de flexão do eixo e da via e modo de ressonância dos dormentes (Collette, 2007). Com a definição deste limite, é possível identificar as condições necessárias para haver duplo contato em cada caso de corrugação. Assim, na Figura 33, ilustra-se as condições limites de duplo contato para diâmetro entre 29" e 42". Percebe-se que com pequenos valores de comprimento de onda da via os valores de amplitude da via são relativamente pequenos. Exemplo: comprimento da via de 40 mm implica amplitude da via mínima de 0,089 mm para ocorrer duplo contato (diâmetro de 36").

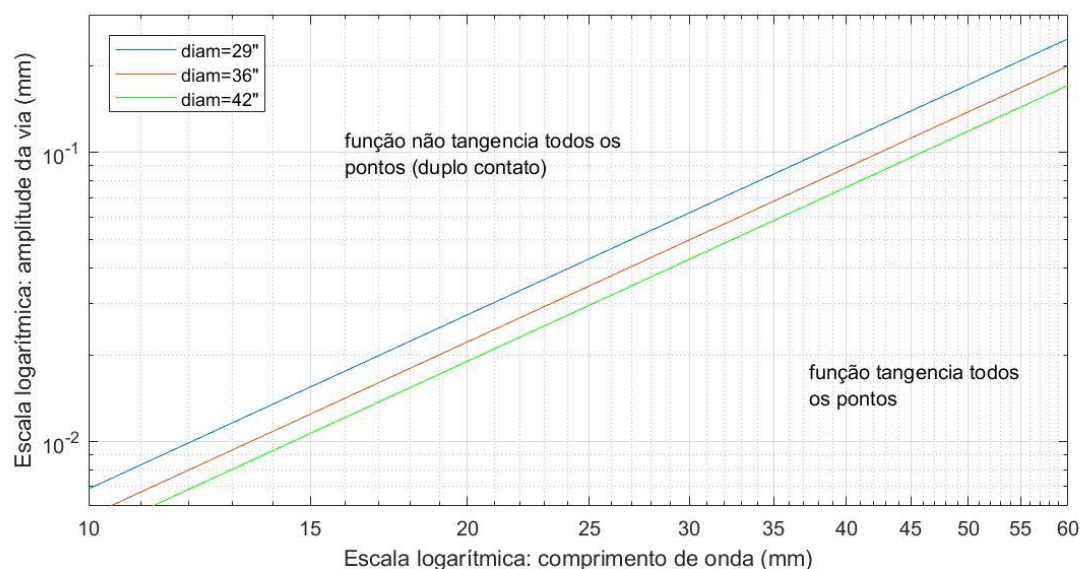


Figura 33 - Limite entre o duplo contato e o não duplo contato (até 60 mm).

Analisando a influência da frequência ( $w_e$ ) ou comprimentos de onda ( $\lambda_e = \frac{2\pi}{w_e}$ ), definisse-se duas faixas de estudo inicial para dada amplitude da via e raio.

- Faixa 1 - são comprimentos de onda maiores que o comprimento de onda limite ( $\lambda_{lim}$ ). O contato dos rolantes com o perfil de entrada senoidal tangencia todos os pontos (Figura 31 à esquerda).
- Faixa 2 - são comprimentos de onda menores que o comprimento de onda limite ( $\lambda_{lim}$ ). O contato dos rolantes com o perfil de entrada senoidal não tangencia todos os pontos (Figura 31 à direita). Verifica-se a existência de pontos de duplo contato.

Dentro da condição de tangenciabilidade de todos os pontos (Faixa 1), existe dois tipos de movimentos realizados pelo centro geométrico:

- movimento linear à entrada
- movimento não linear à entrada

Analisando a equação 21, para que o movimento do centro geométrico seja senoidal linear com o perfil de entrada, a diferença (*dif*) entre a equação 21 e a equação senoidal deve ser constante (a função é deslocada verticalmente). Para isso tem-se duas opções.

$$dif = z_{CG}(x_s) - z_s(x_s) = R \cdot \sin(\theta) \rightarrow cte \quad (29)$$

Na primeira opção o raio (R) deve ser muito menor que a amplitude da via e que a frequência para que o movimento comece a se aproximar de uma função senoidal, de tal forma que quando o raio tende a zero o movimento torna-se senoidal. Como o raio é fixo para o caso dos veículos ferroviários, esta opção é descartada.

i.  $R \rightarrow 0$

$$\Rightarrow z_{CG}(x_s) = A \cdot \sin(w_e \cdot x_s)$$

A segunda opção consiste em impor que o valor de  $\sin(\theta)$  seja constante de tal forma que a função entrada apenas seja deslocada verticalmente. Entretanto,  $\sin(\theta)$  constante impõe um valor fixo de  $\theta$ , segundo a equação 26 isto pode ocorrer quando a frequência ( $w_e$ ) ou a amplitude da via (A) tendem a zero.

ii.  $\sin(\theta) \rightarrow cte$

$$\Rightarrow (w_e \rightarrow 0 \text{ ou } A \rightarrow 0) \Rightarrow \theta \rightarrow 90^\circ \Rightarrow z_{CG}(x_s) \cong A \cdot \sin(w_e \cdot x_s) + R$$

Assim, definindo o erro como  $\frac{R \cdot (\sin(\theta) - 1)}{A}$ , e fazendo a hipótese que o movimento é senoidal quando o erro é menor que 0,01, obtém-se a seguinte condição limite.

$$w_{lim}^2 = \frac{0,02}{A \cdot R} \rightarrow \lambda_{lim}^2 = 50 \cdot (2\pi)^2 \cdot A \cdot R \quad (30)$$

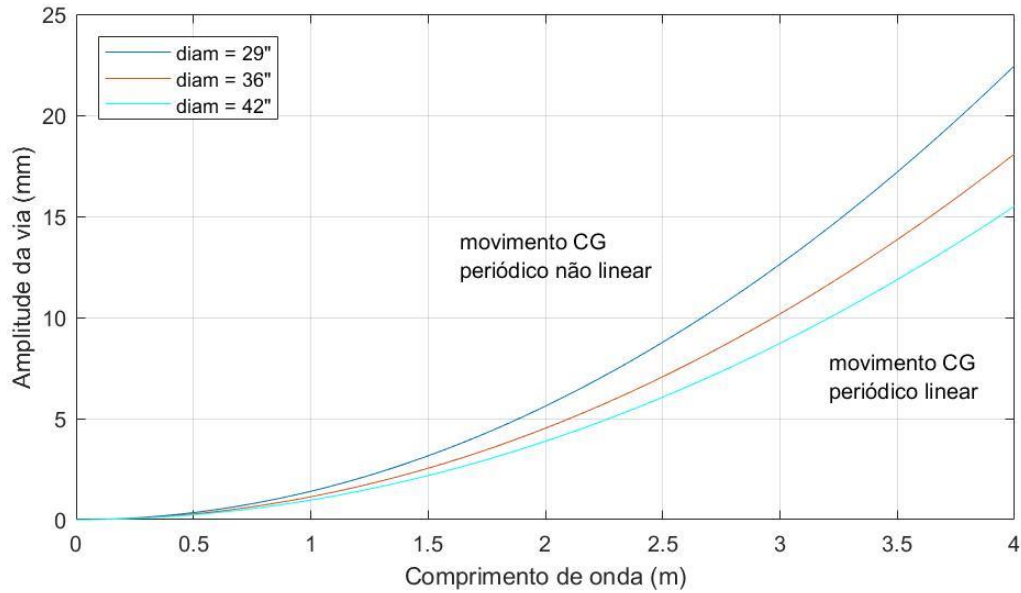


Figura 34 - Limite entre o movimento do centro geométrico (CG) linear e não linear.

Analisando o problema com os dois casos limites bem definidos, identifica-se três tipos de movimentos característico do centro geométrico. As configurações para ocorrer cada um desses movimentos é indicado no gráfico abaixo.

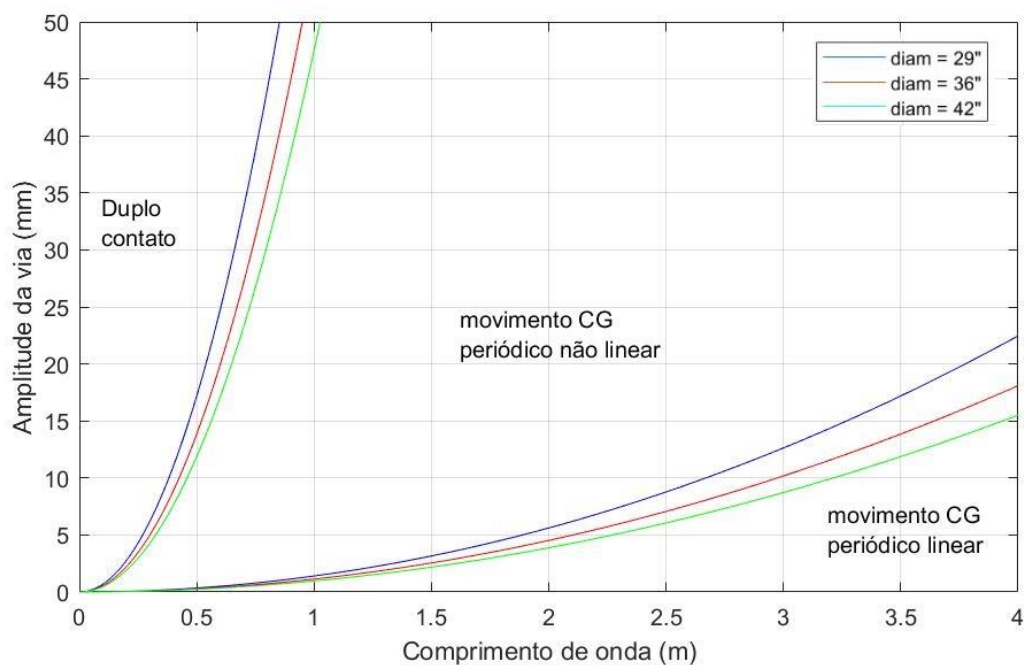


Figura 35- Três movimentos distintos do centro geométrico.

A tabela abaixo resume as condições limites para as condições de amplitude da irregularidade igual a 10 mm e o raio dos rolantes igual a 37".

Tabela 4 - Condições limites para  $R = 37''$  e Amplitude = 10 mm

| Condição             | Comprimento de onda                            |
|----------------------|------------------------------------------------|
| Linear à entrada     | $\lambda_{lim} > 3 \text{ m}$                  |
| Não linear à entrada | $3 \text{ m} > \lambda_{lim} > 0,43 \text{ m}$ |
| Duplo contato        | $0,43 \text{ m} > \lambda_{lim}$               |

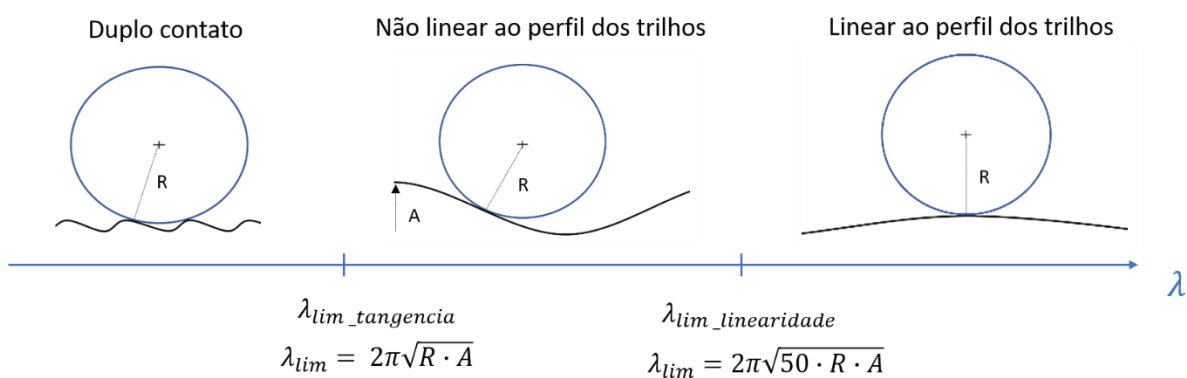


Figura 36 - Representação das três condições de movimento. Linear à entrada, não linear à entrada e duplo contato

## 5.2. Condição de duplo contato

A condição de duplo contato é definida pelo contato de dois pontos da superfície do perfil de entrada simultaneamente (Figura 37). Esta situação ocorre somente quando o comprimento de onda é menor que o comprimento de onda limite (Faixa 2).

A equação desenvolvida na seção 5.1 não possui nenhum modelamento relacionado a um contato extra entre o rolante e o perfil de entrada, ou seja, a função parametrizada seguirá o perfil de entrada independente de uma possível sobreposição de corpos devido à geometria do problema.

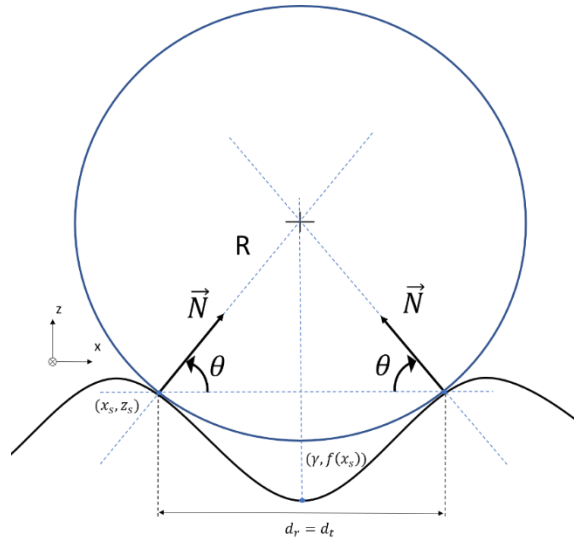


Figura 37 - Representação esquemática da situação de ponto de duplo contato

Por isso, desenvolveu-se um método de cálculo para identificação desses pontos de duplo contato. O método adota a hipótese que a direção normal de contato passa pelo centro geométrico da roda. A distância ( $d_r$ ) é calculada a partir das dimensões da roda. A distância horizontal topológica ( $d_t$ ) é calculada entre dois pontos da curva  $f(x_s)$  numa mesma cota vertical. Quando a diferença entre as distâncias calculadas for nula, ocorre o duplo ponto de contato. As equações para cálculo da distância são mostradas abaixo,  $\gamma$  é o valor de  $x_s$  quando a função periódica  $f(x_s)$  atinge seu valor mínimo,  $\frac{3\pi}{2}$  para  $\sin(x_s)$  e  $\pi$  para  $\cos(x_s)$ .

$$d_r - d_t = 0 \quad \begin{cases} d_r = 2R \cos \theta \\ d_t = |2(\gamma - x_s)| \end{cases} \quad (31)$$

Nota-se que devido a simetria, a posição horizontal do centro geométrico no duplo contato sempre é igual a posição horizontal do vale da função senoidal. Pode-se calcular a posição vertical do centro geométrico aplicando a equação paramétrica para a posição  $x_s$  do duplo contato.

### 5.3. Derivadas da posição

O movimento do centro geométrico dos rolantes foi determinado através da equação paramétrica e indica a posição vertical e horizontal em função da variável de referência horizontal do perfil dos trilhos ( $x_s$ ). Adota-se como hipótese que a velocidade horizontal do veículo guiado é constante, por consequência, adota-se que a velocidade do centro geométrico dos rolantes também é constante. Desta forma, neste tópico, apenas é analisado as implicações da posição vertical.

Conhecendo a posição vertical do centro geométrico em função de  $x_s$ , pode-se determinar a sua variação derivando a equação da posição vertical em relação a  $x_s$ , esta variação é representada pela derivada de primeira ordem.

$$\begin{aligned} \text{primeira derivada (vertical)} \quad & \frac{dz_{CG}}{dx_s} \\ \frac{dz_{CG}}{dx_s} &= A \cdot w_e \cdot \cos(w_e \cdot x_s) + \dot{\theta} \cdot R \cdot \cos(\theta) \\ \dot{\theta} &= -\frac{A \cdot w_e^2 \cdot \sin(w_e \cdot x_s)}{1 + [A \cdot w_e \cdot \cos(w_e \cdot x_s)]^2} \end{aligned} \quad (32)$$

Assim, para cada ponto do perfil dos trilhos, obtém-se como a posição vertical do centro geométrico varia. Esta análise é feita no domínio espacial, pois a transformação para o domínio temporal apenas introduziria uma nova aproximação (relação entre  $x_s$  e tempo) sem ganhos expressivos para a análise.

De forma análoga a anterior, pode-se calcular a segunda derivada da posição vertical em função de  $x_s$ . Esta segunda derivada é representada abaixo.

$$\begin{aligned} \text{segunda derivada (vertical)} \quad & \frac{d^2 z_{CG}}{dx_s^2} \\ \frac{d^2 z_{CG}}{dx_s^2} &= A \cdot w_e^2 \cdot \sin(w_e \cdot x_s) + \ddot{\theta} \cdot R \cdot \cos(\theta) - \dot{\theta}^2 \cdot R \cdot \sin(\theta) \\ \ddot{\theta} &= -\frac{A \cdot w_e^3 \cdot \cos(w_e \cdot x_s) \cdot [1 + A^2 \cdot w_e^2 + A^2 \cdot w_e^2 \cdot \sin^2(w_e \cdot x_s)]}{1 + [A^2 \cdot w_e^2 \cdot \cos^2(w_e \cdot x_s)]^2} \end{aligned} \quad (33)$$

Outro parâmetro importante para o problema é a curvatura do movimento do centro geométrico. Esta curvatura pode ser obtida através da derivada espacial da função parametrizada.

$$\frac{dz_{CG}}{dx_{CG}} = \frac{A \cdot w_e \cdot \cos(w_e \cdot x_s) + \dot{\theta} \cdot R \cdot \cos(\theta)}{1 - \dot{\theta} \cdot R \cdot \sin(\theta)} \quad (34)$$

## 5.4. Domínio temporal

Como o problema do carro metroferroviário é dinâmico e depende da sua velocidade de deslocamento na direção de translado, deve-se modificar as equações passando seu domínio do espaço para o tempo. Para isso, adota-se a hipótese que a velocidade média dos rolantes ( $v_{CG}$ ) é igual à velocidade média do veículo ( $v$ ) na direção de translado. Assim, como adotou-se velocidade média do veículo constante, a velocidade média dos rolantes na direção horizontal é proporcional ao deslocamento e inversamente proporcional ao tempo ( $x_{CG} = v_{CG} \cdot t$ ).

Entretanto, apesar da velocidade média do ponto de contato ( $v_s$ ) ser igual a velocidade média do centro geométrico ( $v_{CG}$ ) a cada período, suas velocidades não são iguais ponto a ponto. Este fato se deve essencialmente pela inclinação do vetor normal do ponto de contato.

Apesar disto, este trabalho adotará que a velocidade do centro geométrico ( $v_{CG}$ ) é igual à velocidade do ponto de contato ( $v_s$ ) em cada ponto do perfil da via permanente. Desta forma, tem-se para o perfil da via:

$$y(t) = \sin(w_e \cdot x_s) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot v}{\lambda_e} \cdot t\right) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_t} \cdot t\right) = A \cdot \sin(w_t \cdot t) \quad (35)$$

Assim, tem-se um novo comprimento de onda senoidal  $\lambda_t$ , em função do tempo. A função senoidal temporal é a entrada aplicada ao modelo dinâmico do veículo.

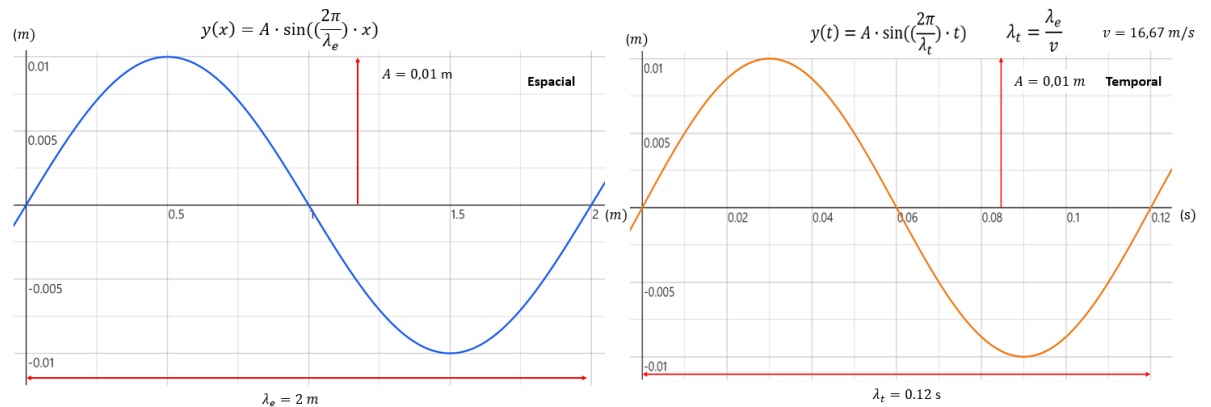


Figura 38 - Transformação da função senoidal espacial para temporal.

Para a função parametrizada, realiza-se o mesmo procedimento.

$$z_{CG}(t) = A \cdot \sin(w_t \cdot t) + R \cdot \sin(\text{atan}(A \cdot w_e \cdot \cos(w_t \cdot t)) + \frac{\pi}{2}) \quad (36)$$

## 6. Resultados

Neste tópico são apresentados os principais resultados das simulações computacionais.

### 6.1. Movimento do Centro Geométrico dos rolantes

Os primeiros resultados mostrados são referentes ao movimento do centro geométrico dos rolantes. Sob diferentes condições, cada caso do movimento do centro geométrico é simulado e analisado. Simulou-se também a cinemática das equações apresentadas na seção anterior.

#### 6.1.1. Caso de tangencia de todos os pontos

A figura abaixo representa o movimento do centro geométrico do rolante desde condições próximas à condição limite até condições próximas à senoidal. Compara-se a função senoidal com a função parametrizada na Faixa 1 de análise, condição de tangência em todos os pontos é satisfeita.

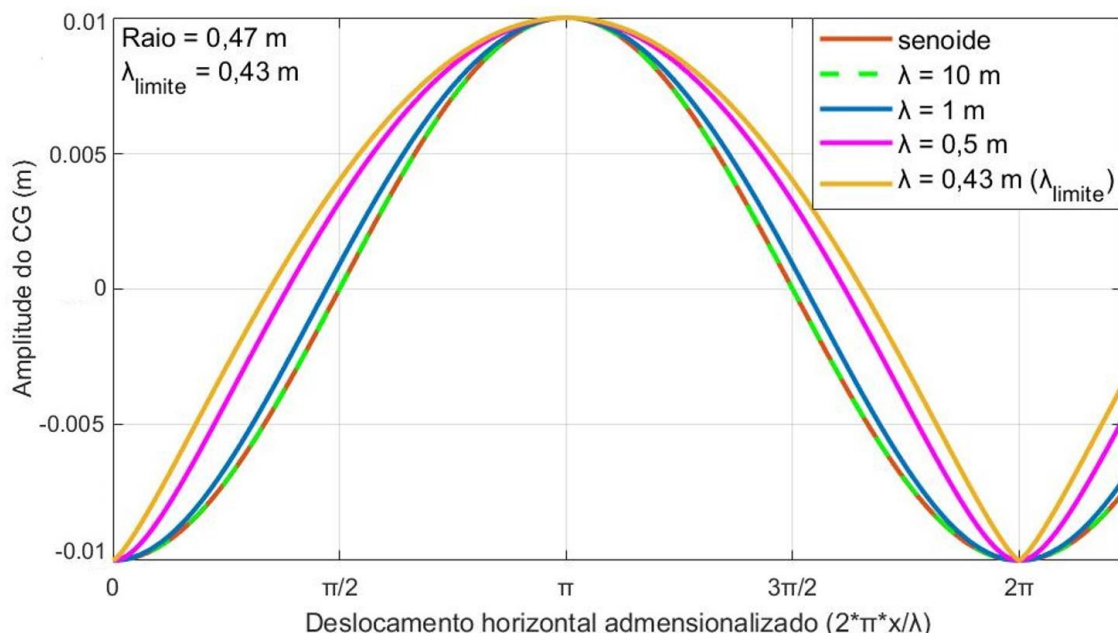


Figura 39 - Efeito do comprimento de onda ( $\lambda_e$ ) sobre o movimento do centro de geométrico dos rolantes.  $R=0,47$  m.

Na Figura 39, a função senoidal está em vermelho, as outras curvas são referentes a função parametrizada. Observa-se que para grandes valores de comprimentos de onda a função parametrizada se aproxima da curva senoidal. Entretanto conforme o comprimento de onda diminui (aproximando-se do comprimento de onda limite ( $\lambda_{lim}$ )),

a curvatura do perfil se torna mais acentuada e se afasta da curva senoidal. Para comprimentos de onda iguais ao limite (curva amarela), nota-se a eminente formação de uma cúspide no ponto de mínimo da função.

### 6.1.2. Caso de não tangencia de todos os pontos

A figura abaixo representa o movimento do centro geométrico dos rolantes em condições inferiores a condição limite. Analisa-se a função parametrizada na Faixa 2 de análise, condição de tangencia em todos os pontos não é satisfeita.

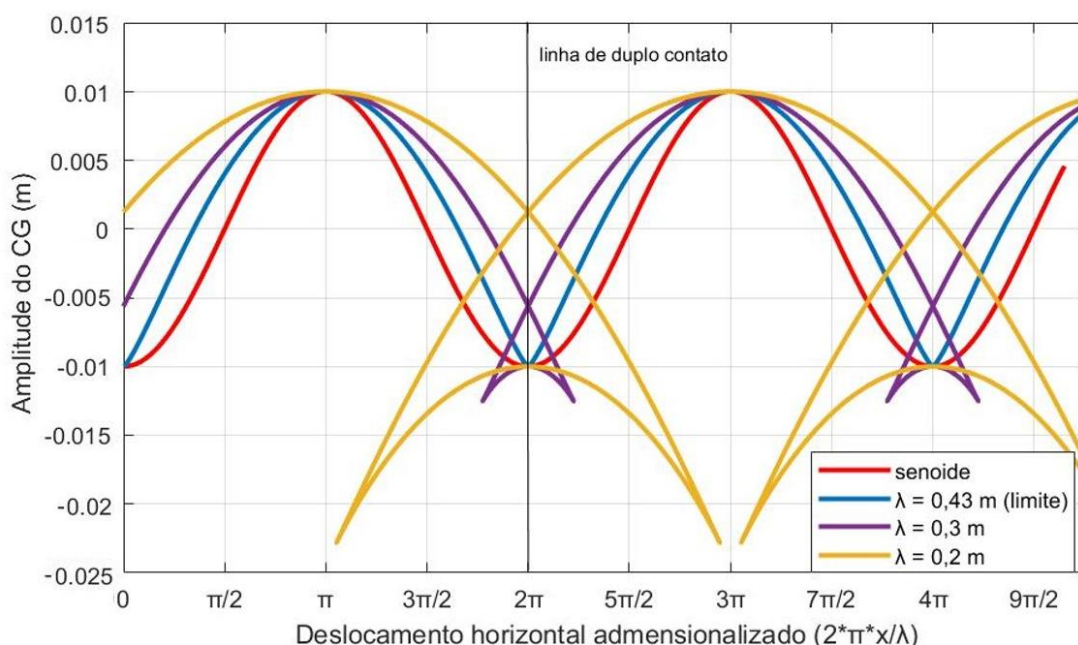


Figura 40 - Efeito do comprimento de onda ( $\lambda_e$ ) sobre o movimento do centro de geométrico dos rolantes.  $R=0,47 \text{ m}$ .

Na Figura 40, a função senoidal está em vermelho, as outras curvas são referentes a função parametrizada. Observa-se que para o comprimento de onda limite ( $\lambda_{lim}$ ) a função parametrizada possui uma cúspide no ponto de mínimo. Entretanto conforme o comprimento de onda diminui (afastando-se do comprimento de onda limite ( $\lambda_{lim}$ )), a função parametrizada admite mais de um valor para  $f(x_s)$  para o mesmo ponto do domínio. Analisando a curva  $\lambda = 0,3 \text{ m}$ , percebe-se que em determinado ponto, há o cruzamento das linhas, este ponto é chamado de ponto de duplo contato (Figura 41). O traçado abaixo do ponto de duplo contato não existe fisicamente e representa o movimento do centro geométrico no caso de corpos sobrepostos. Conforme diminui-se o comprimento de onda, percebe-se que o ponto de duplo contato se eleva. Porém ele sempre ocorre para o mesmo valor do domínio (que é o ponto de mínimo da função senoidal), originando a linha de duplo contato.

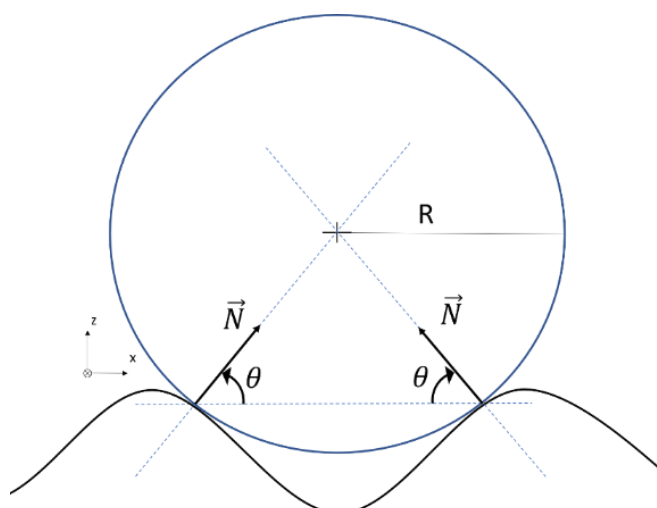


Figura 41 - Representação esquemática da situação de ponto de duplo contato

Para melhor compreensão deste fenômeno, realizou-se uma simulação no software livre GeoGebra. As imagens abaixo mostram a sequência de movimentos descrito pelo centro geométrico (CG) no caso da Faixa 2 e com sobreposição de corpos.

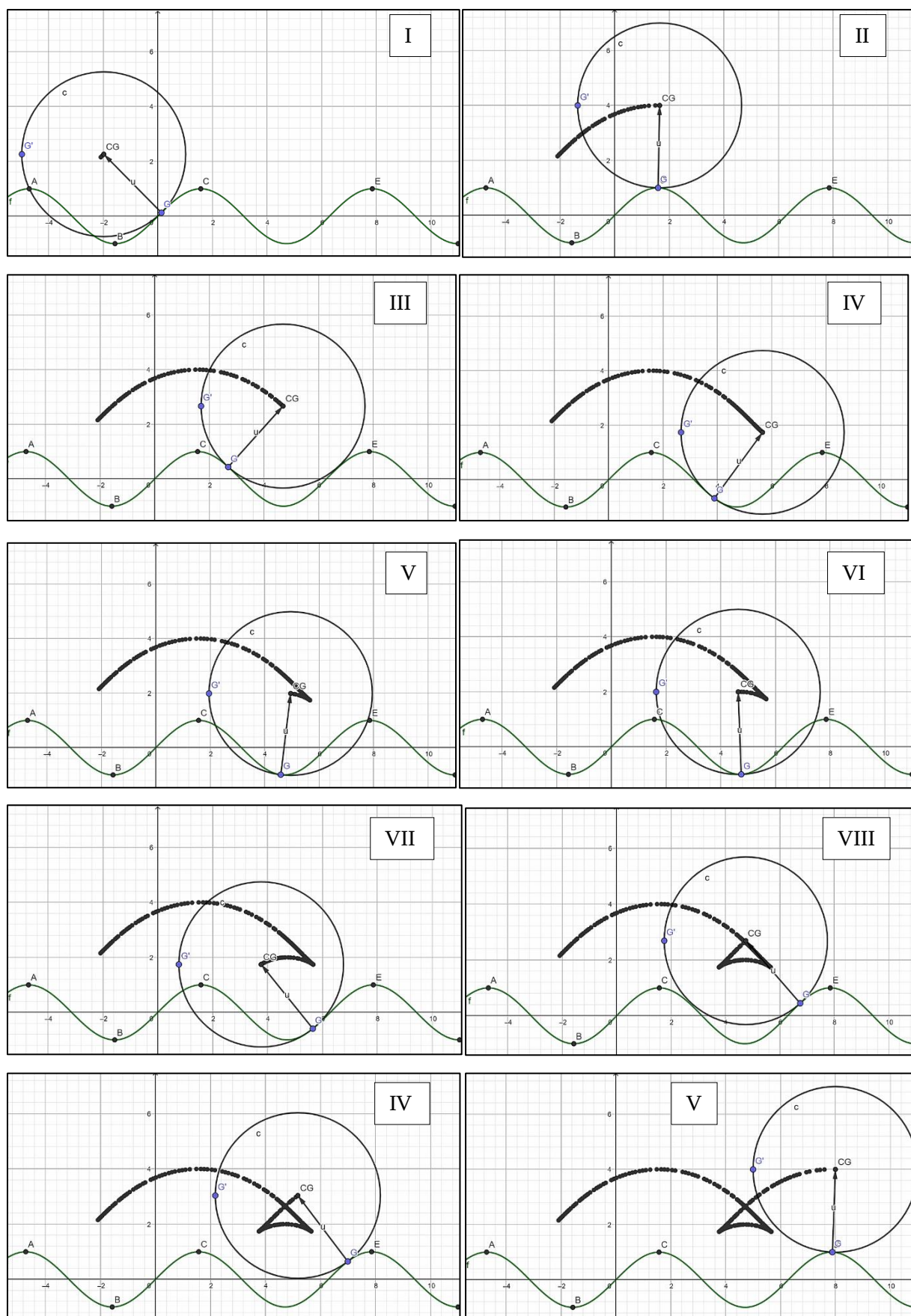


Figura 42 - Sequência de imagens que descrevem o movimento do centro geométrico dos roletes no caso de duplo contato

Da Figura 42, a imagem III mostra o exato momento de duplo contato da roda com o solo. Nas imagens seguintes, percebe-se a sobreposição dos corpos, ou seja, entre as imagens IV e VII o movimento dos rolantes não existe fisicamente. Na imagem VIII, novamente constata-se o duplo contato da roda com o solo e, então, a roda volta a rolar sobre o perfil senoidal.

Na sequência de imagens, encontra-se o mesmo movimento obtido na Figura 40. Assim, é possível perceber que o “bico” formado na imagem 5 é devido a geometria do problema. Destaca-se também que quando o raio ( $R$ ) é maior que a distância entre o ponto de contato e o ponto de intersecção da linha de duplo contato com a linha da normal, haverá necessariamente um duplo contato.

### 6.1.3. Cinemática dos rolantes

Obtida as equações das derivadas da posição vertical, dividiremos a análise das curvas em três casos segundo a Figura 35.

- A.** movimento do centro geométrico periódico e linear ao perfil da via ( $\lambda \gg \lambda_{lim}$ )
- B.** movimento do centro geométrico periódico e não linear ao perfil da via ( $\lambda \cong \lambda_{lim}$ )
- C.** Condição de duplo contato ( $\lambda < \lambda_{lim}$ )

Utilizou-se para os três casos um raio dos rolantes igual 470 milímetros e uma amplitude da entrada senoidal pertencente a via permanente igual à 10 milímetros. Assim, obtém-se um comprimento de onda limite de 430,75 milímetros. Com estes valores de raio e amplitude da via, a posição vertical do CG varia entre os valores de 480 e 460 milímetros. Nesta análise, adotou-se um referencial solidário ao centro geométrico dos rolantes.

#### A. Movimento do centro geométrico periódico e linear ao perfil da via

Para este primeiro caso, utilizou-se um comprimento de onda muito maior que o comprimento de onda limite. Desta forma, a frequência  $w_e$  torna-se pequena. Seguindo a análise realizada da seção 5.2, o movimento da equação paramétrica deve ser senoidal. Por consequência, suas derivadas também devem ser correspondentes as derivadas da função senoidal. Adotou-se um comprimento de onda igual à 10 metros.

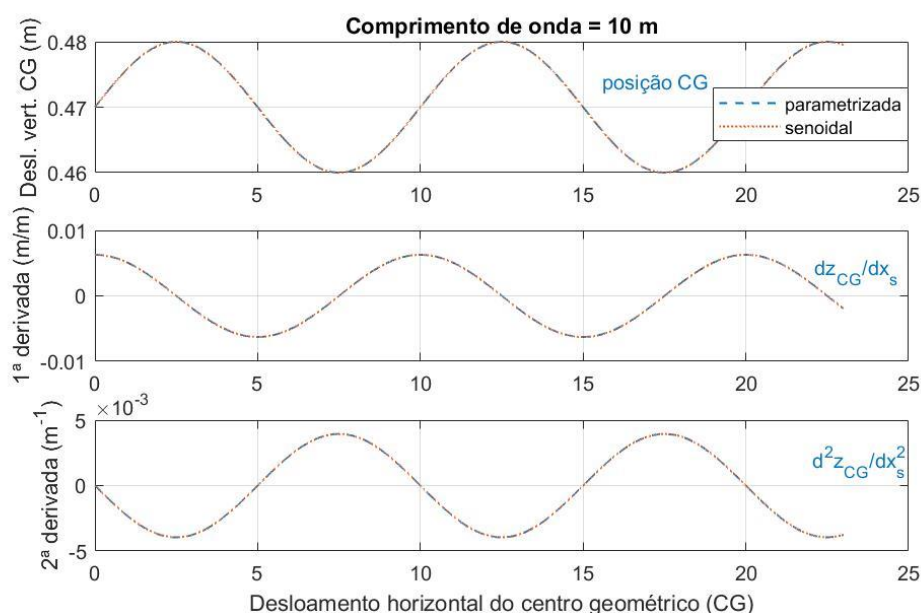


Figura 43 - Posição do centro geométrico do rolante (gráfico superior), primeira e segunda derivada da posição vertical em função do referencial horizontal (gráfico intermediário e inferior). Comprimento de onda igual a 10 m.

Do gráfico da Figura 43, percebe-se que o resultado corresponde ao esperado: sobreposição das curvas. Deslocou-se a curva senoidal no primeiro gráfico do valor do raio para obter a sobreposição.

### B. Movimento do centro geométrico periódico e não linear ao perfil da via

O primeiro gráfico da Figura 44 mostra a posição horizontal e vertical do centro geométrico (CG). Neste caso, o comprimento de onda adotado para a via foi o valor limite de 431 milímetros. Como já demonstrado nas análises anteriores, percebe-se a formação da cúspide na região de duplo contato, indicado pelas linhas vermelhas.

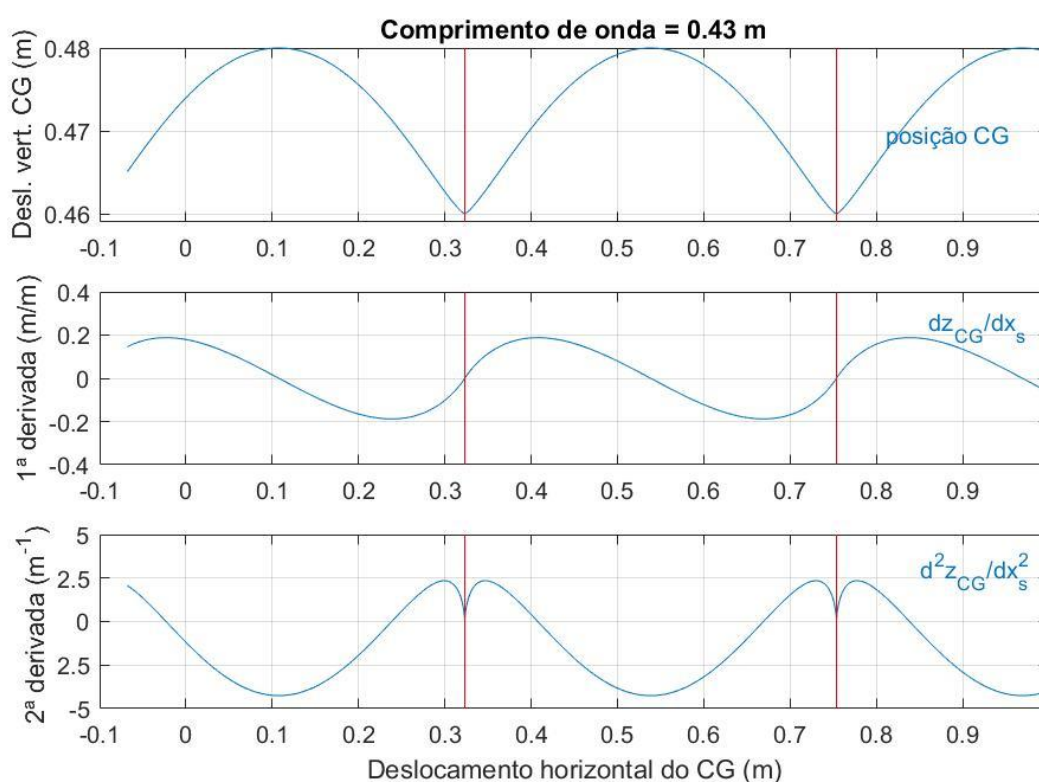


Figura 44 - Posição do centro geométrico do rolante (gráfico superior), primeira e segunda derivada da posição vertical em função do referencial horizontal (gráfico intermediário e inferior). Traços vermelhos representam posição horizontal do duplo contato. Comprimento de onda igual a 0,43 m (comprimento de onda limite).

No segundo gráfico, a derivada da posição vertical em função do deslocamento do ponto de contato é mostrada no referencial do deslocamento do centro geométrico. Nota-se que a curva é contínua e que a derivada é nula nos pontos de mínimo (duplo contato) e nos pontos de máximo da posição vertical.

O terceiro gráfico mostra a segunda derivada da posição vertical em função do deslocamento do ponto de contato. Nota-se novamente que a curva é contínua e que a segunda derivada possui dois pontos nulos: quando a primeira derivada vertical é

máxima e mínima e quando ocorre o duplo contato. Neste caso particular, a segunda derivada é nula, pois os rolantes percorrem a região do vale da função senoidal da via sem movimentar a posição do centro geométrico porque a curvatura dos rolantes e do vale do seno são idênticas (Figura 45). Nota-se a movimentação do ponto de contato (G) e a rotação do vetor  $\vec{u}$  em torno do centro geométrico (CG) que permanece imóvel.

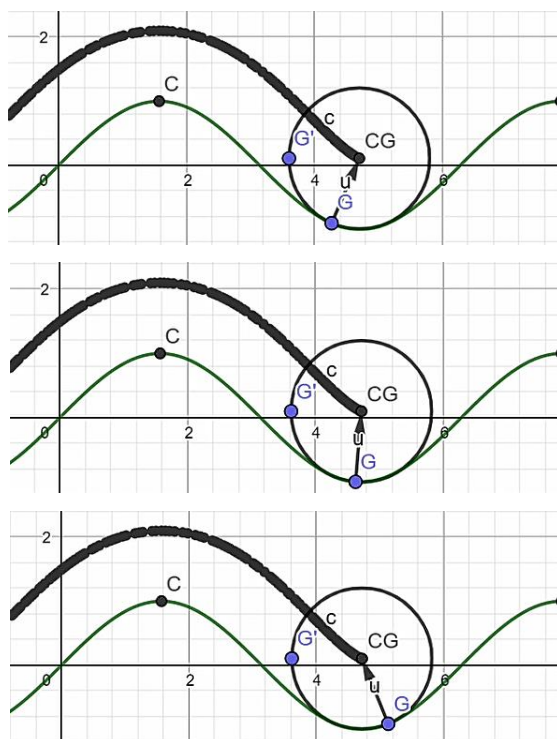


Figura 45 - Comparação do movimento do ponto de contato (G) com o movimento do centro geométrico (CG) no vale de uma função senoidal. Vetor  $\vec{u}$  representa a normal do ponto de contato.

### C. Condição de Duplo Contato

O primeiro gráfico da Figura 46 mostra a posição horizontal e vertical do centro geométrico (CG) em relação ao referencial da via permanente. Neste caso, o comprimento de onda adotado (300 milímetros) para a via foi inferior ao valor limite com raio e amplitude da via inalterados. Como já demonstrado nas análises anteriores, percebe-se a formação da cúspide na região de duplo contato, indicado pelas linhas vermelhas. Percebe-se também que abaixo da região de duplo contato a curva não possui sentido físico, como já explicado na seção 6.1.2.

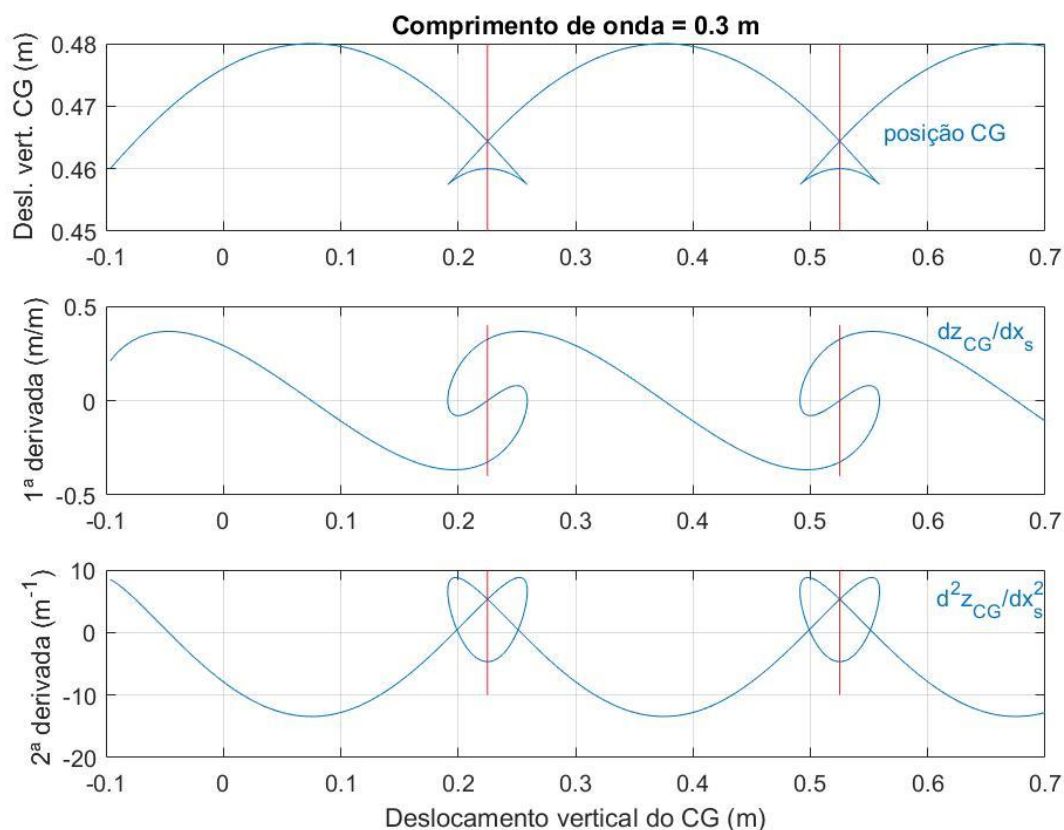


Figura 46 - Posição do centro geométrico do rolante (gráfico superior), primeira derivada da posição vertical em função do referencial horizontal (gráfico intermediário), segunda derivada da posição vertical em função do referencial horizontal (gráfico inferior). Traços vermelhos representam posição horizontal do duplo contato. Comprimento de onda igual a 0,3 m (comprimento de onda inferior ao limite).

O segundo gráfico mostra a derivada da posição vertical em função do deslocamento do ponto de contato. Nota-se que apesar da curva ser contínua, fisicamente há uma descontinuidade que ocorre no ponto de duplo contato. Isto é, na região precedente ao ponto de duplo contato o centro geométrico possui valor negativo. Porém após o ponto de duplo contato seu valor se torna positivo (mesmo módulo). Assim, conclui-se que a região em formato de “S” entre a intersecção da linha vermelha e a curva azul pelo ponto superior e inferior não existe fisicamente (Figura 47).

O terceiro gráfico mostra a segunda derivada da posição vertical em função do deslocamento do ponto de contato. Nota-se que a região do laço em torno da linha vermelha não existe fisicamente. Suprimindo esta região, percebe-se que a curva da segunda derivada deve tender ao infinito devido a descontinuidade vista na primeira derivada (Figura 47).

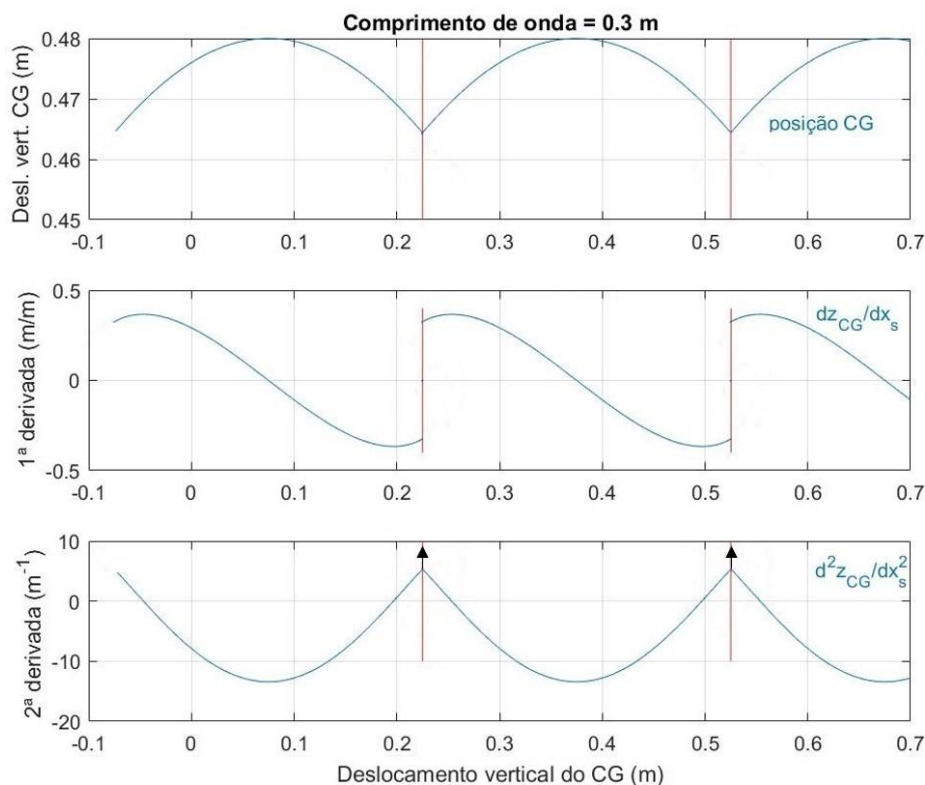


Figura 47 - Representação do movimento físico do centro geométrico e suas derivadas verticais (1ª e 2ª ordem). Comprimento de onda é igual a 0,3 m (comparação com a Figura 46).

## 6.2. Curvatura do movimento do Centro Geométrico

A curvatura do movimento do centro geométrico reflete como a posição vertical varia em relação a posição horizontal do centro geométrico ( $\frac{dz_{CG}}{dx_{CG}}$ ). Quanto maior a severidade da curvatura, maior é a variação vertical imposta e maior é o impacto no modelo vertical do veículo.

Neste tópico é analisado a influência da amplitude e do comprimento de onda do perfil da via sobre a curvatura do movimento do centro geométrico nos casos em que há duplo contato. As figuras a seguir analisam a curvatura na região da cúspide do ponto de duplo contato.

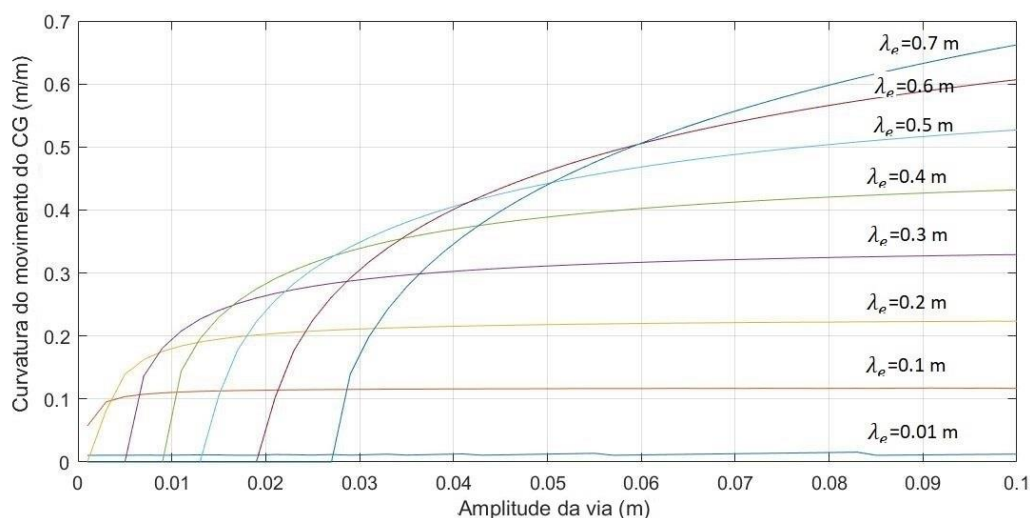


Figura 48 – Curvatura pela amplitude da via para diferentes valores de comprimento de onda na região de cúspide (Raio=0,47 m).

Analisando a curva  $\lambda_e$  igual a 0,7 m na Figura 48, percebe-se que o valor da curvatura é zero enquanto a amplitude é menor que 0,027 m, isto significa que esta região não possui cúspide (não é zona de duplo contato) e a derivada local é zero (assim como numa função senoidal). Para valores de amplitude maiores que 0,027 m, nota-se que a curvatura aumenta com o aumento da amplitude da via, caracterizando zona de duplo contato. Analisando as outras curvas, percebe-se que conforme o comprimento de onda aumenta, maior é o valor da amplitude para ocorrer o duplo contato.

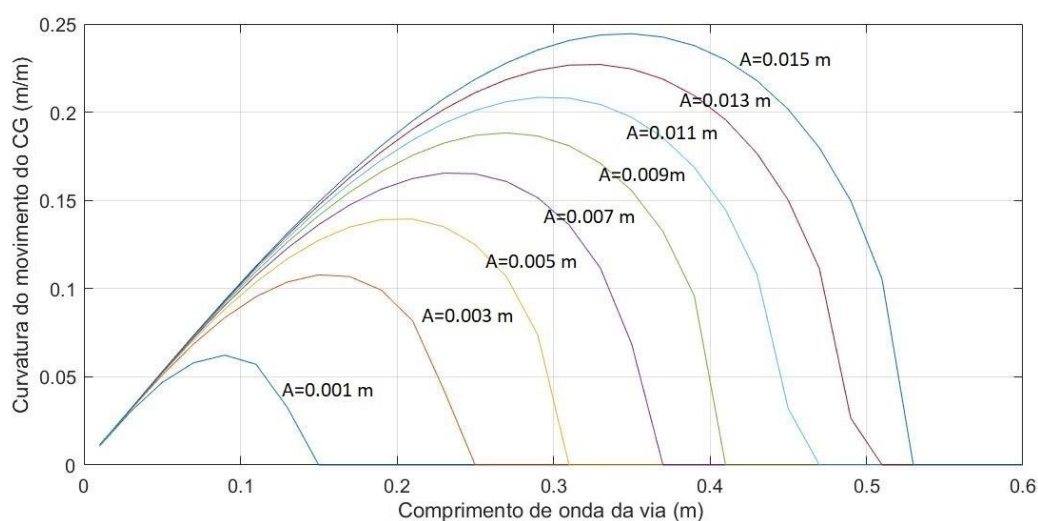


Figura 49 – Curvatura pelo comprimento de onda da via para diferentes valores de amplitude da via na região de cúspide (Raio=0,47 m).

A Figura 49 mostra o comportamento da curvatura do movimento do centro geométrico pelo comprimento de onda da via. Analisando o gráfico, verifica-se que a

curvatura tende a zero em dois casos: comprimento de onda da via é muito pequeno ou comprimento de onda da via maior que o comprimento de onda limite. Fisicamente, quando o comprimento de onda se torna muito pequeno, a roda rolará apenas sobre os picos do perfil de entrada, sem causar variação vertical sobre o centro geométrico. Quando o comprimento de onda é maior que o limite, a derivada passa a ser zero e não há mais a formação da cúspide.

Percebe-se também que há uma relação linear entre esses dois parâmetros para pequenos valores, conforme o comprimento de onda da via aumenta, a curvatura aumenta na mesma proporção.

Por fim, através da Figura 32, pode-se analisar como determinado valor de amplitude da via e comprimento da via influenciam na curvatura no ponto de cúspide. A zona amarela possui curvatura igual a zero, isto é, não há cúspide. A zona laranja e a zona verde possuem curvatura e indicam a região de duplo contato.

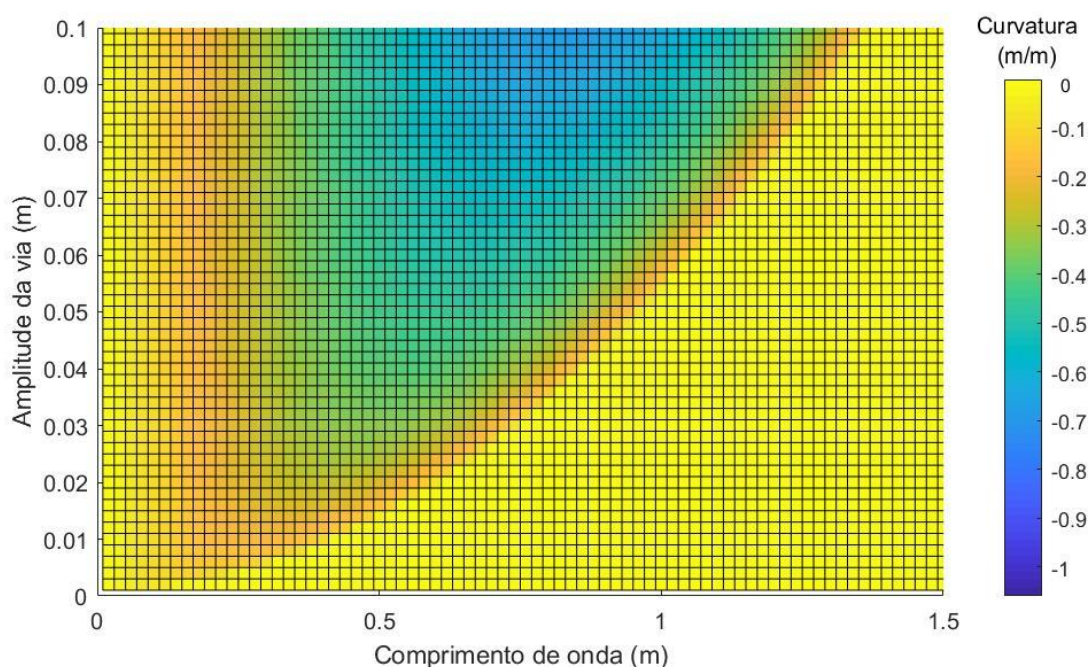


Figura 50 - Amplitude da via pelo comprimento de onda para valores de curvatura na região de cúspide ( $Raio=0,47\text{ m}$ ).

A Figura 32 foi obtida por cálculo topográfico, comparando-a com a Figura 50 que foi obtida por outro método, nota-se a mesma curva parabólica que indica o limite entre a região de tangência de todos os pontos (região amarela) e de não tangência de todos os pontos (duplo contato, zona verde). Esta análise reforça a coerência do resultado obtido. Destaca-se ainda a região amarela para pequenos comprimentos de onda, esta região mostra a pequena variação vertical do centro geométrico como explicado na Figura 49.

### 6.3. Influência da excentricidade

Além da curvatura, a excentricidade é um parâmetro importante. A excentricidade entre o ponto de contato roda-trilhos e o centro geométrico dos rolantes é um parâmetro que diferencia o modelo CG do modelo simplificado. Neste tópico é analisado a influência da excentricidade para diferentes valores de comprimentos de onda da via férrea. As figuras utilizam a excentricidade máxima obtida para o movimento dos rolantes sob determinado comprimento de onda. O raio utilizado foi de 0,47 m.

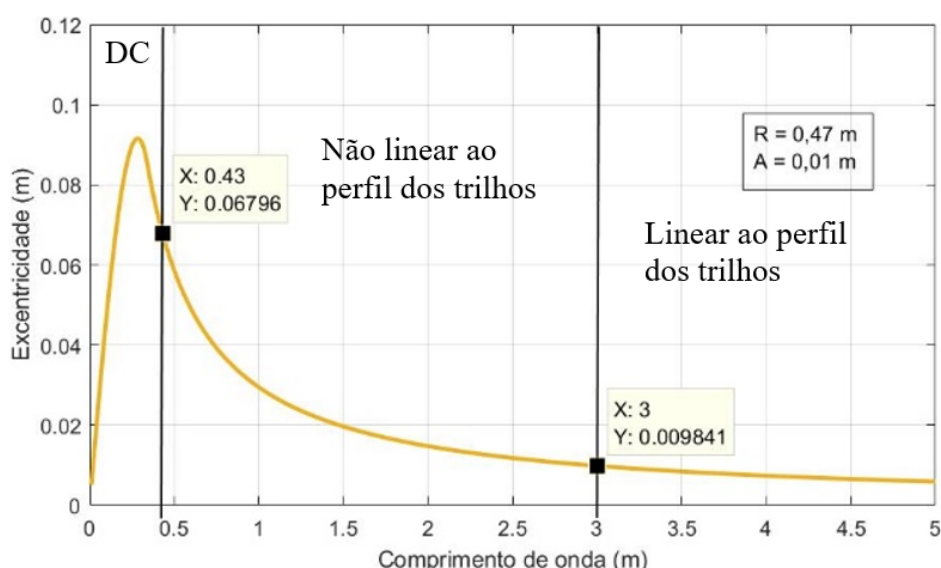


Figura 51 - Excentricidade em função do comprimento de onda

As linhas pretas indicam os limites de tangência e de linearidade. Analisando a Figura 51, percebe-se que para a configuração de movimento linear ao perfil dos trilhos, a excentricidade possui valores pequenos. Para a configuração de movimento não linear ao perfil dos trilhos, a excentricidade aumenta conforme o comprimento de onda se aproxima do limite de tangência. Na configuração de movimento de duplo contato (DC), encontra-se o valor máximo da excentricidade. Após o ponto de máximo, conforme o comprimento de onda reduz, a excentricidade reduz, tendendo a zero quando o comprimento de onda tende a zero. Assim, pode-se identificar as regiões em que o modelo do centro geométrico deve se distanciar do modelo simplificado. Justifica-se os extremos tenderem a zero pelo fato de quando o comprimento de onda tende a zero ou é muito grande, o centro geométrico não possui grandes deslocamentos verticais.

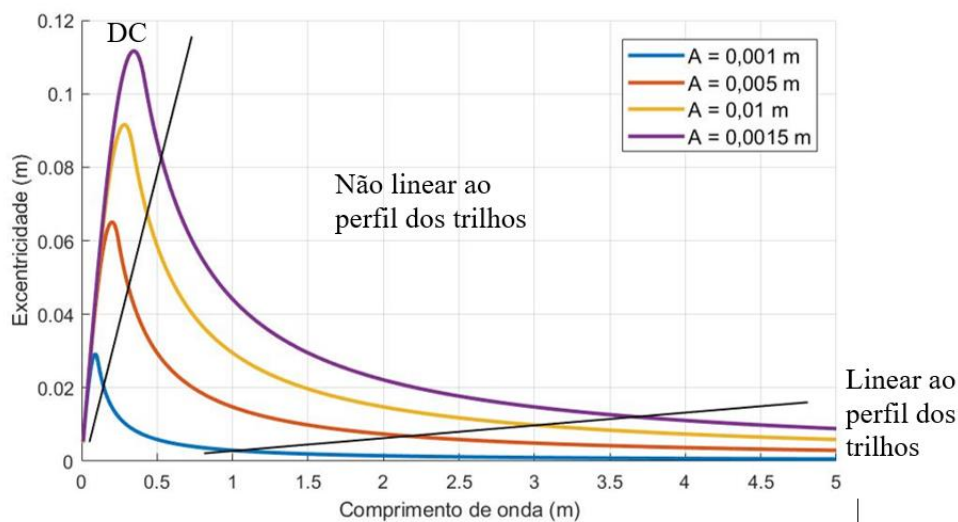


Figura 52 - Excentricidade em função do comprimento de onda para diferentes amplitudes da via

A Figura 52, representa diferentes curva de excentricidade para diversos valores de amplitude da via. Através deste gráfico, percebe-se que o aumento da amplitude contribui para aumentar a excentricidade e, assim, ser um parâmetro que amplifica a diferença dos resultados entre os modelos.

## 6.4. Força no Centro Geométrico dos rolantes

Ao invés de utilizar a aproximação que o perfil do solo corresponde ao mesmo movimento do centro geométrico, neste trabalho, os movimentos serão tratados como diferentes e, portanto, terão forças diferentes.

Neste estudo, as forças atuantes no centro geométrico dos rolantes são as entradas que alimentam o modelo vertical. Através das equações deduzidas no capítulo 4.2 e das constantes de rigidez e amortecimento do modelo, a força de entrada nos eixos do veículo guiados é determinada pela fórmula (11). Como esta força é função do espaço (ou do tempo), a velocidade com que o veículo se desloca influencia na força final (Dumitriu e Sebeșan, 2017).

Denomina-se de modelo do centro geométrico, o modelo desenvolvido no capítulo 4.2 e de modelo simplificado, o modelo que utiliza o perfil de entrada com movimento do centro geométrico.

### 6.4.1. Frequências do modelo do centro geométrico

A Figura 53 compara o modelo do centro geométrico com o modelo simplificado adotando velocidade de translado igual a 5 m/s. O perfil dos trilhos é senoidal e possui comprimento de onda igual a 0,5 m, amplitude de 10 mm e raio igual a 0,47m.

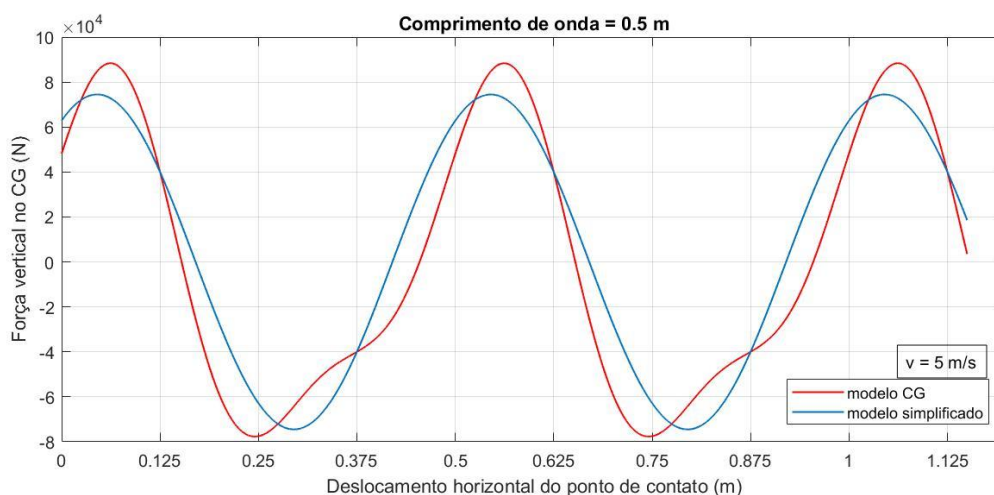


Figura 53 - Comparação entre as forças do modelo simplificado (senoidal) e do modelo do CG.

Analisando o gráfico, percebe-se que o modelo simplificado gerou uma força senoidal como esperado. O modelo do centro geométrico gerou uma curva com o mesmo período do perfil da via, porém com amplitude diferente, formato diferente, força média diferente e regiões de pico deslocado. As amplitudes máximas e mínimas

não possuem mais os mesmos valores em módulo, os picos de máximo e mínimo são defasados em relação ao modelo simplificado. Nota-se também que as curvas se cruzam nos pontos de  $\frac{n\pi\lambda}{2}$  (com  $n$  sendo inteiros ímpares), pois estes pontos são as regiões em que a normal não influencia no movimento do centro geométrico. Por fim, a força média do modelo simplificado é zero enquanto a força média do modelo CG é diferente de zero (neste caso negativa).

Realizando a Transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform - FFT em inglês) da força calculada, obtêm-se o gráfico abaixo.

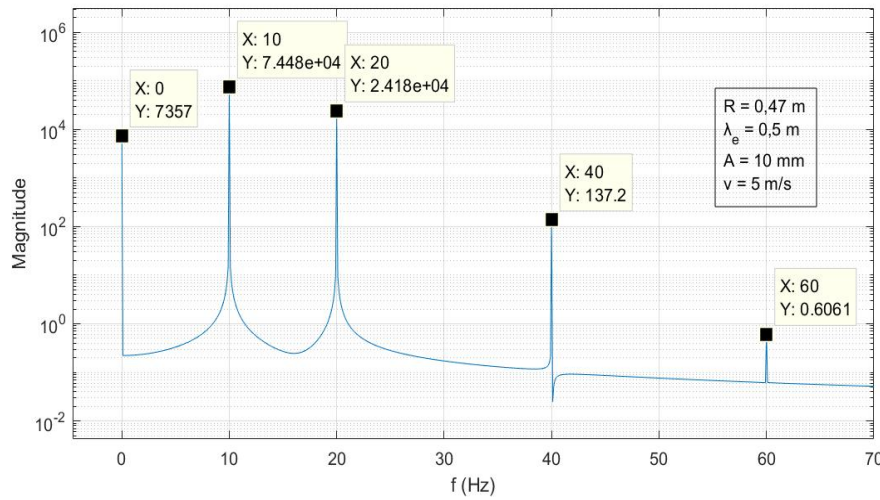


Figura 54 -Transformada rápida de Fourier (FFT) da força do modelo do centro geométrico.

Sabendo que a frequência do modelo simplificado é igual a 10 Hz ( $2 \left[\frac{1}{m}\right] \cdot 5 \left[\frac{m}{s}\right]$ ), conclui-se que os outros picos de frequência são provenientes do termo extra do modelo proposto. Este termo adicional é encontrado na equação 27 e está indicado abaixo.

$$g(t) = R \cdot \sin \left( \text{atan}(A \cdot w_e \cdot \cos(w_t \cdot t)) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (37)$$

$$F_g(t) = k^i \cdot g(t) + b^i \cdot \dot{g}(t) \quad (38)$$

Analisando os valores de frequência e de amplitude da Figura 54, cria-se a hipótese que a força relativa ao termo extra pode ser aproximado por uma série de Fourier. Assim, pode-se explicar que a amplitude de 7357 N para a frequência igual a zero corresponda ao termo  $a_0$  da série de Fourier. Os outros picos correspondem aos termos  $a_n$  que multiplicam a função  $\cos(2n(\frac{2\pi vt}{\lambda}))$  com  $n$  sendo os números inteiros.

Assim, escreve-se a função de Fourier para o termo extra  $S_g(t)$ .

$$S_g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(2 \cdot n \cdot w_t \cdot t) \quad n = \{0, 1, 2, 3 \dots\} \quad (39)$$

Desta forma, o termo extra possui picos de frequência localizados nas seguintes regiões.

$$w_{g(t)} = 2 \cdot n \cdot w_t \quad n = \{0, 1, 2, 3 \dots\} \quad (40)$$

Ressalta-se ainda que a magnitude dos picos varia conforme a configuração do problema, assim, variando as dimensões do raio, comprimento de onda e amplitude da via obtém-se diferentes frequências dominantes. Adotando uma configuração em que o movimento do centro geométrico é linear à entrada, obtém-se amplitudes de picos do termo extra muito menores que a amplitude do pico de frequência  $w_t$ , como exibido na Figura 55. No exemplo da Figura 54, tem-se uma condição próxima do caso limite em que a frequência de  $2w_t$  possui valor de 32% da magnitude da frequência  $w_t$ , mostrando que quanto mais próximo do caso limite mais influente este termo se torna.

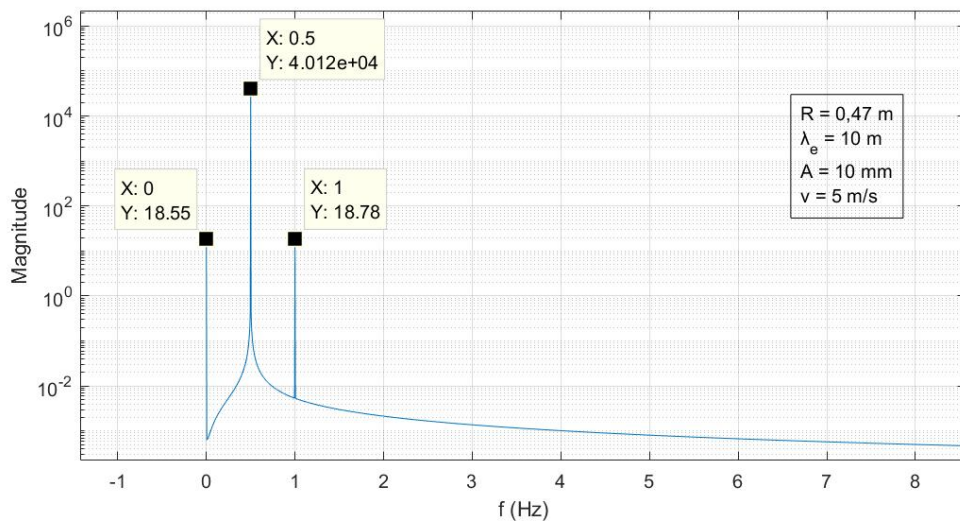


Figura 55 - FFT da força do modelo do centro geométrico para condição do movimento do CG linear à entrada.

### 6.4.2. Influência da velocidade do veículo

A Figura 56 compara a força vertical do modelo simplificado com a do modelo do centro geométrico.

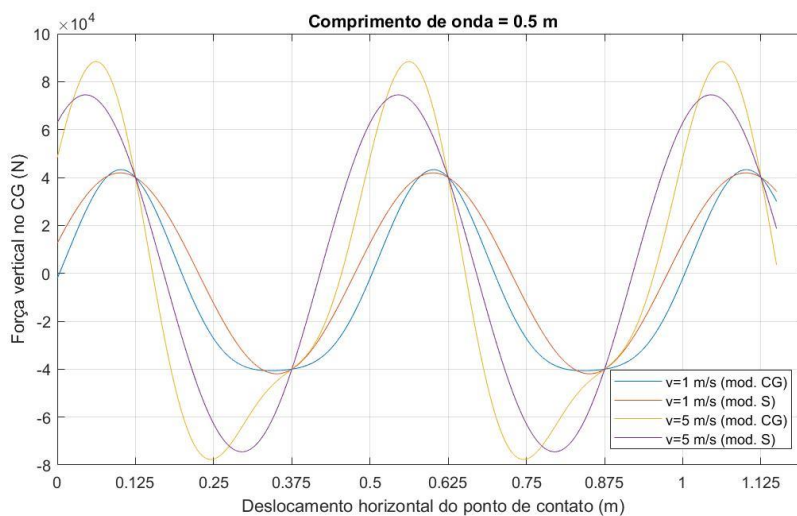


Figura 56 - Influência da velocidade sobre as forças do modelo simplificado (senoidal) e do modelo do CG.

Analisando a curva acima, percebe-se que há uma diferença de forma, de intensidade da força e de região de picos. Analisando as duas curvas de velocidade igual a 1 m/s, nota-se que são curvas de intensidade parecidas, porém o formato das curvas é diferente, havendo variações de força mais bruscas no modelo de centro geométrico. No caso da velocidade igual a 5 m/s, verifica-se que os picos de intensidade máxima possuem valores diferentes e ocorrem em locais diferentes. Isso se deve a influência da velocidade vertical que se altera consideravelmente de um caso para o outro (Figura 44). Por fim, constata-se que o aumento da velocidade de translado do veículo aumenta as forças verticais atuantes (Dumitriu e Sebeşan, 2017).

## 6.5. Acelerações no veículo

Nesta seção, as acelerações do veículo são analisadas comparando as entradas do modelo simplificado versus as entradas do modelo do centro geométrico.

Nesta análise, considera-se como hipótese uma entrada senoidal em fase entre os dois trilhos. É realizada uma análise em regime permanente, de tal forma que os efeitos transitórios inerciais sejam desprezados.

### 6.5.1. Acelerações obtidas pelos modelos

Segundo a Figura 32 para uma roda de diâmetro igual a 940 mm e amplitude de 10 mm, o comprimento de onda mínimo para não haver duplo contato deve ser 431 mm. Adota-se um comprimento de onda igual a 500 mm, a distância média entre as rodas dos truques é igual a 10 metros. A Figura 57 mostra o perfil dos trilhos. A Figura 58 ilustra as forças sobre o centro geométrico dos rolantes do veículo a 60 km/h comparando o modelo simplificado ao modelo do centro geométrico.

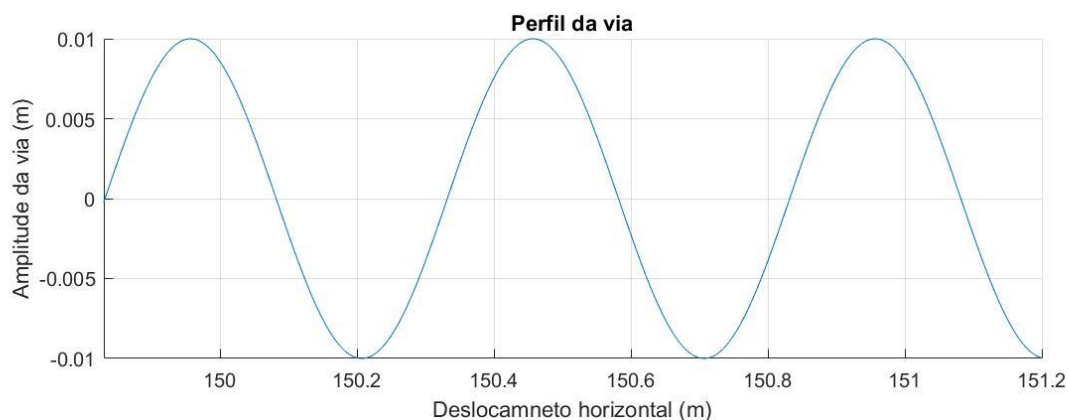


Figura 57 - Perfil senoidal da via.

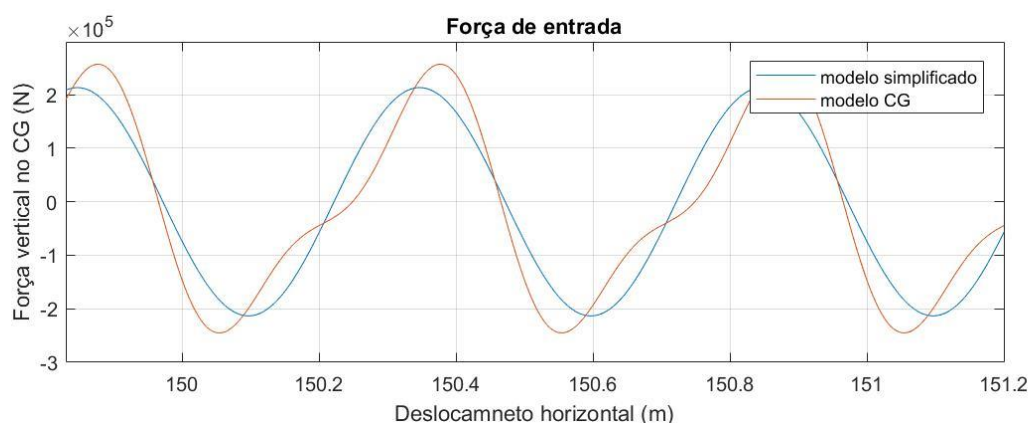


Figura 58- Força no centro geométrico dos rolantes usando o modelo simplificado e o modelo CG.

A Figura 59 é resultado da simulação veicular. Usou-se como entrada as forças obtidas pelos dois modelos. Para esta simulação, usou-se os métodos e parâmetros definidos no capítulo 4. Exibe-se no gráfico abaixo as acelerações rotacionais e verticais obtidas no centro de massa do veículo em regime permanente.

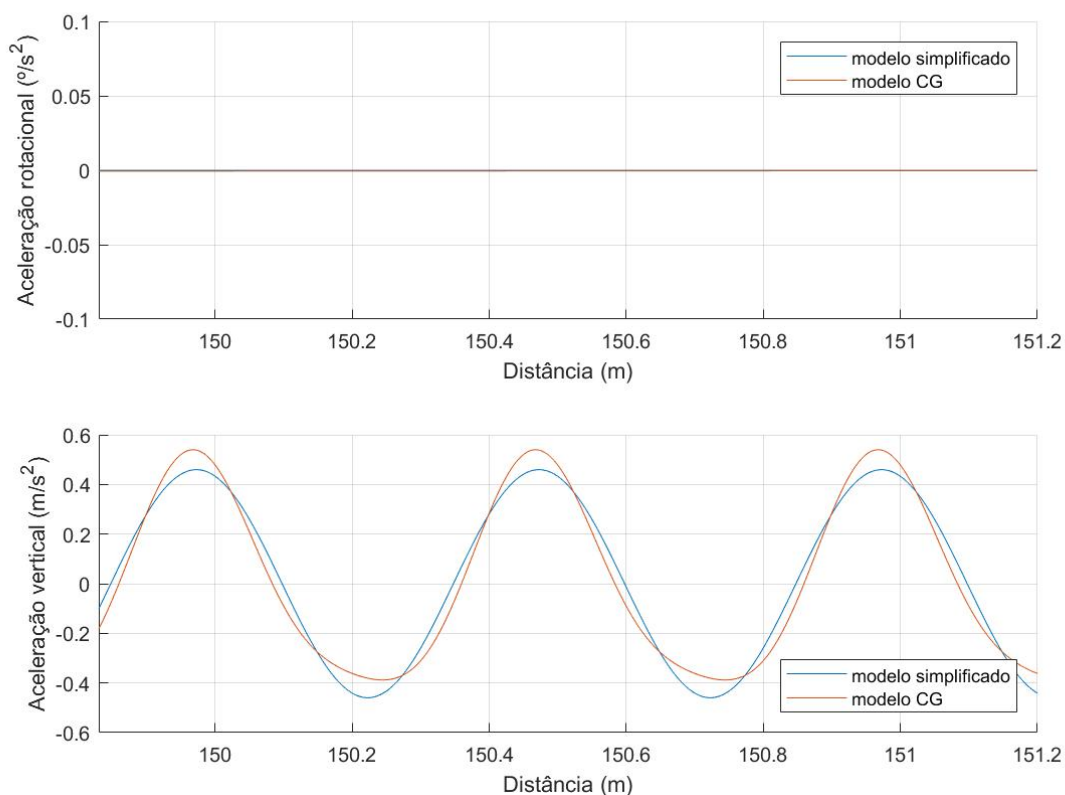


Figura 59 - Acelerações rotacionais e verticais do veículo ( $\lambda_e=0,5$  m)

Nota-se que para os parâmetros escolhidos, a aceleração rotacional é nula nos dois modelos. A aceleração vertical para o modelo simplificado é uma função senoidal de amplitude igual a  $0,46 \text{ m/s}^2$  e de comprimento de onda igual à da função entrada ( $\lambda_e = 0,5 \text{ m}$ ), frequência de  $33,3 \text{ Hz}$ . A aceleração vertical para o modelo CG é uma função periódica de comprimento de onda igual à da função entrada,  $\lambda_e = 0,5 \text{ m}$ . Entretanto, esta função não é simétrica em relação ao eixo horizontal e possui amplitude máxima igual a  $0,54 \text{ m/s}^2$  e mínima igual a  $-0,39 \text{ m/s}^2$ . As duas frequências dominantes na aceleração vertical no modelo CG são de  $33,3 \text{ Hz}$  e de  $66,6 \text{ Hz}$ .

Variando o comprimento de onda entre 431 milímetros (menor valor que a roda tangencia todos os pontos da curva senoidal) e 100 metros pode-se analisar os valores máximos de deslocamento vertical e angular do centro de massa do veículo.

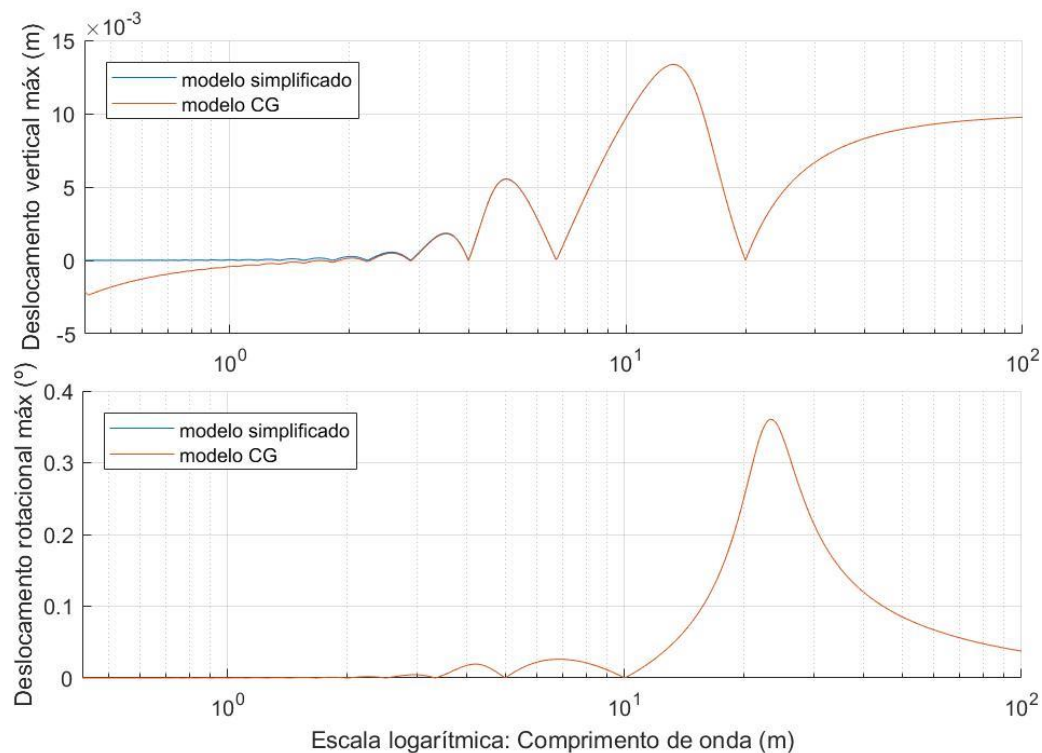


Figura 60 - Deslocamento vertical e angular em função da fração comprimento de onda e distância entre rodas ( $\lambda_e/l$ ).

O resultado mostra um pico preponderante de maior amplitude em cada gráfico. Na direção vertical, o pico de amplitude de 13,3 mm possui comprimento de onda de 13,2 m e representa a frequência natural desta direção. Para o deslocamento rotacional, o pico de 0,36 grau possui comprimento de onda de 23,3 m e representa a frequência de *pitch*.

Percebe-se ainda que os dois modelos apresentaram os mesmos valores máximos de deslocamento rotacional. E mesmos valores máximos de deslocamento vertical para grandes comprimentos de onda. Para valores próximos ao comprimento de onda limite, percebe-se um deslocamento negativo vertical. Isto se deve a alteração da altura de vibração. Como a força média no centro geométrico dos rolantes é negativa, a altura de equilíbrio de vibração é deslocada para baixo (Figura 61).

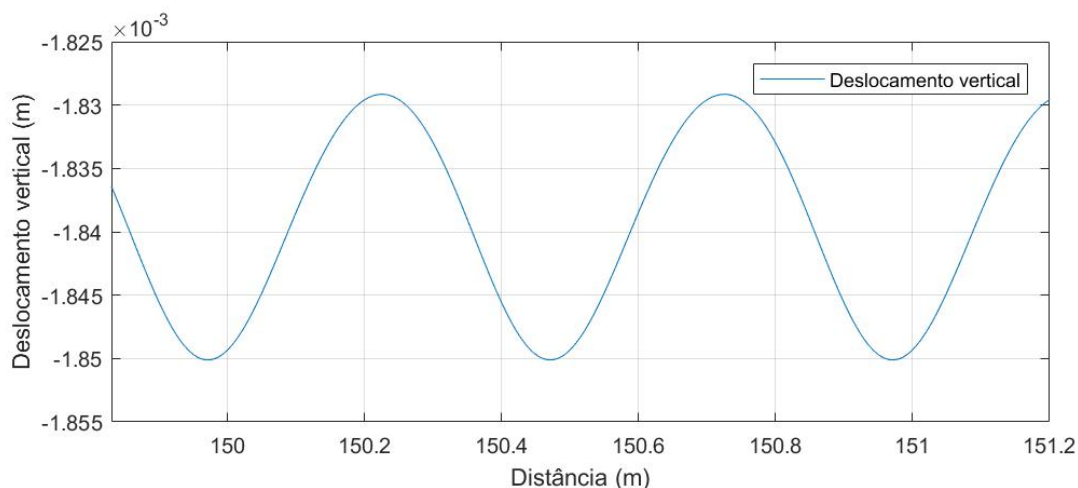


Figura 61 - Deslocamento vertical do centro de massa do veículo em função da distância (deslocamento médio é negativo).

Analisando os valores máximos de acelerações verticais e rotacionais, pode-se perceber pontos sistemáticos de acelerações máximas nulas, Figura 62.

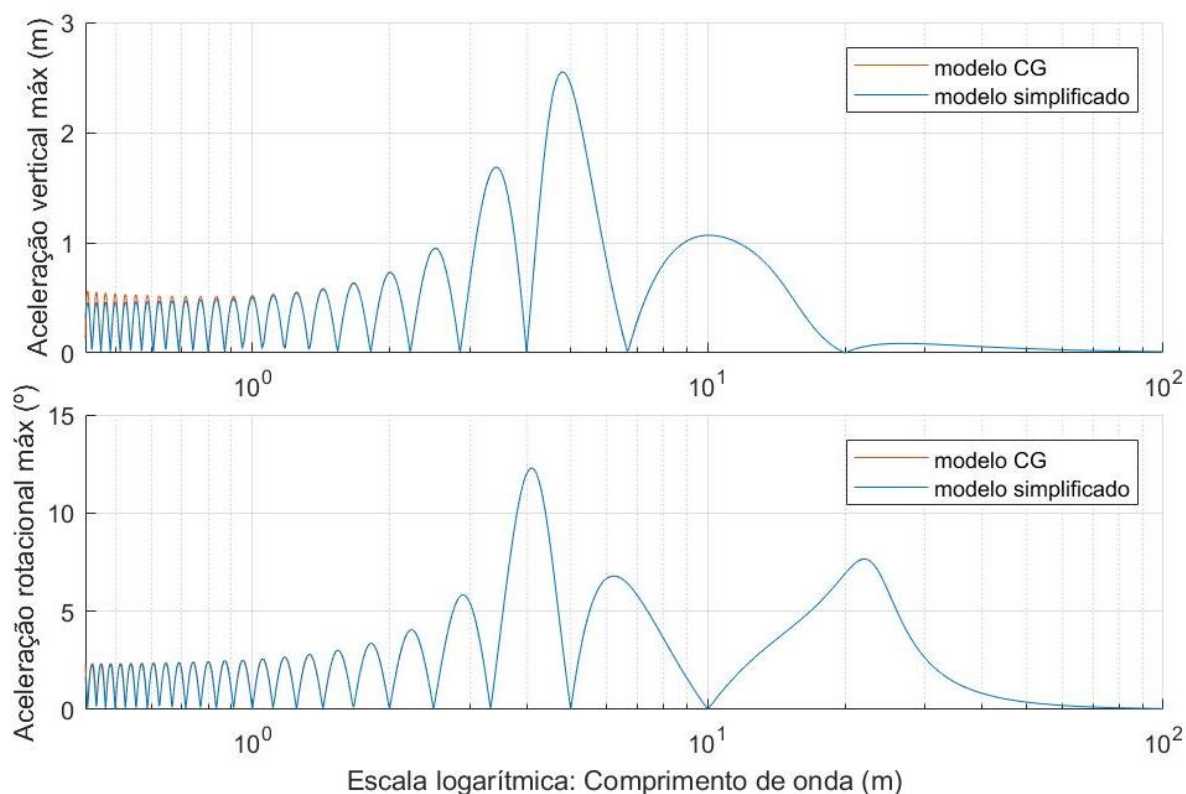


Figura 62 - Aceleração vertical e rotacional em função da fração comprimento de onda e distância entre rodas ( $\lambda_e$ ).

Analisando as curvas para  $\lambda_e$  menor que 20, percebe-se que os pontos em que as acelerações verticais são máximas, as acelerações rotacionais são nulas, sendo a recíproca verdadeira. Os pontos nulos para aceleração são devido a relação entre a geometria do perfil da via e da distância entre as rodas.

$$\text{Aceleração vertical nula: } (n + 0,5)\lambda_e = l, n \in \mathbb{N} \quad (41)$$

$$\text{Aceleração rotacional nula: } n\lambda_e = l, n \in \mathbb{N}^* \quad (42)$$

Nota-se que conforme o comprimento de onda diminui, a aceleração torna-se zero de forma mais recorrente. Entre dois pontos de zero, sempre há uma aceleração máxima e neste comprimento de onda que uma aceleração é máxima (vertical ou rotacional) a outra aceleração torna-se zero. Entretanto, o último pico de cada gráfico não possui o mesmo comportamento dos demais. Eles são picos relacionados a frequência natural de vibração da caixa do veículo.

Comparando os dois modelos, percebe-se que as acelerações rotacionais são idênticas. As acelerações verticais são idênticas apenas quando o comprimento de onda é grande. Conforme o comprimento de onda tende ao comprimento de onda limite, nota-se acelerações maiores no modelo do centro geométrico. Quando o comprimento de onda é igual à 435 mm, obtém-se uma aceleração pelo modelo CG 23 % maior com relação ao modelo simplificado.

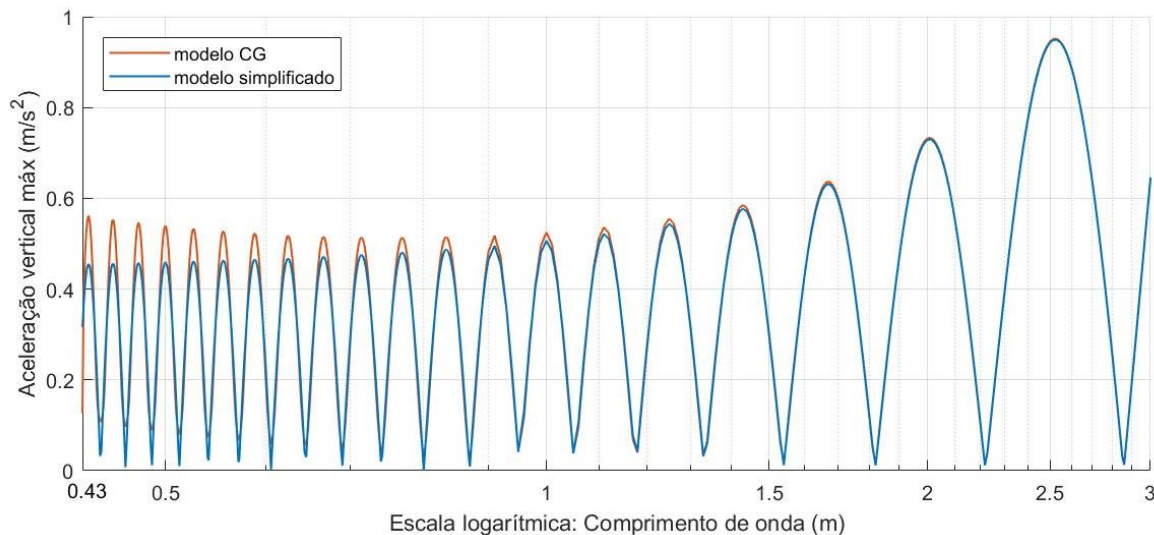


Figura 63 - Comparação das acelerações dos modelos no caso de movimento periódico não linear à entrada.

Comparando o comprimento de onda da função senoidal de entrada e das acelerações vertical e rotacional de saída, percebe-se que o comprimento de onda entre a entrada e a saída não se altera.

### 6.5.2. Forças no duplo contato

Considerando uma roda de diâmetro igual a 940 mm e amplitude de 10 mm, o comprimento de onda para haver duplo contato deve ser menor 431 mm. Adota-se um comprimento de onda igual a 400 mm, a distância média entre as rodas dos truques é igual a 10 metros. A Figura 64 mostra o perfil dos trilhos. A Figura 65 ilustra as forças sobre o centro geométrico dos rolantes do veículo a 60 km/h comparando o modelo simplificado ao modelo do centro geométrico.

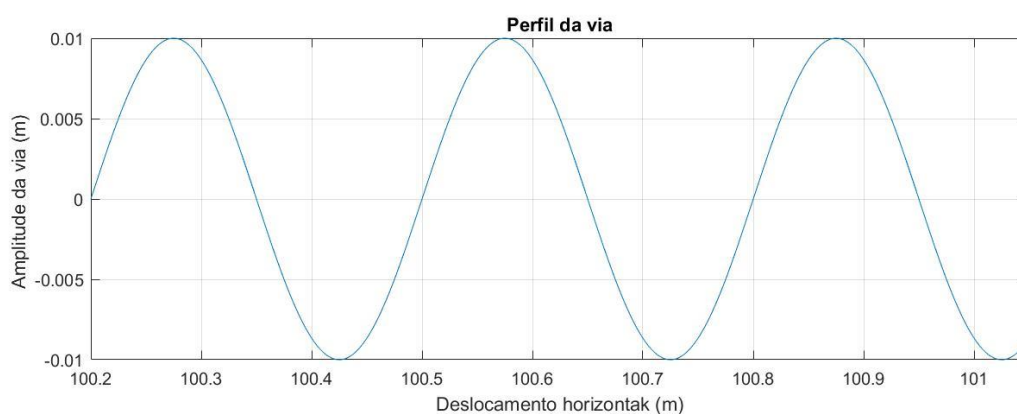


Figura 64 - Perfil senoidal da via.

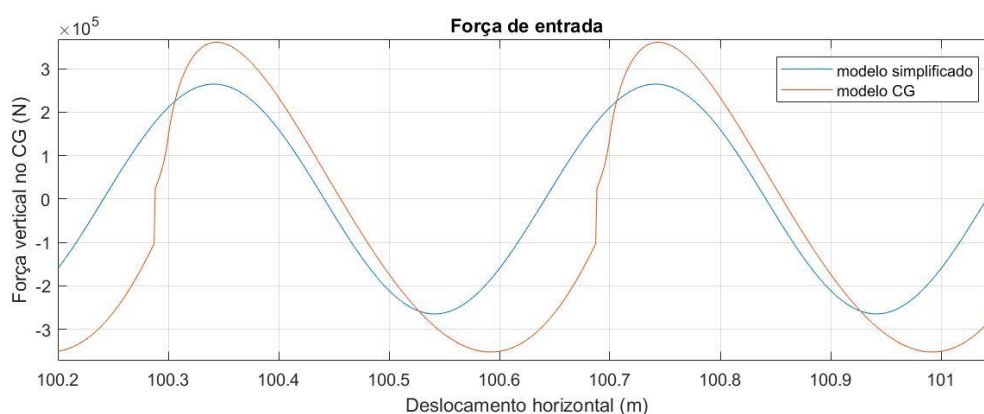


Figura 65- Força no centro geométrico dos rolantes usando o modelo simplificado e o modelo CG.

Percebe-se da Figura 65 que há descontinuidades na força vertical no centro geométrico no modelo CG (quando a abscissa vale 100,3 m e 100,7 m). Essas descontinuidades são referentes ao choque dos rolantes com o trilho no ponto de duplo contato. Nota-se também que as forças no modelo CG, para este caso, possuem maiores amplitudes.

Os gráficos abaixo ilustram as simulações da aceleração máxima do centro de massa do veículo para o caso de duplo contato.

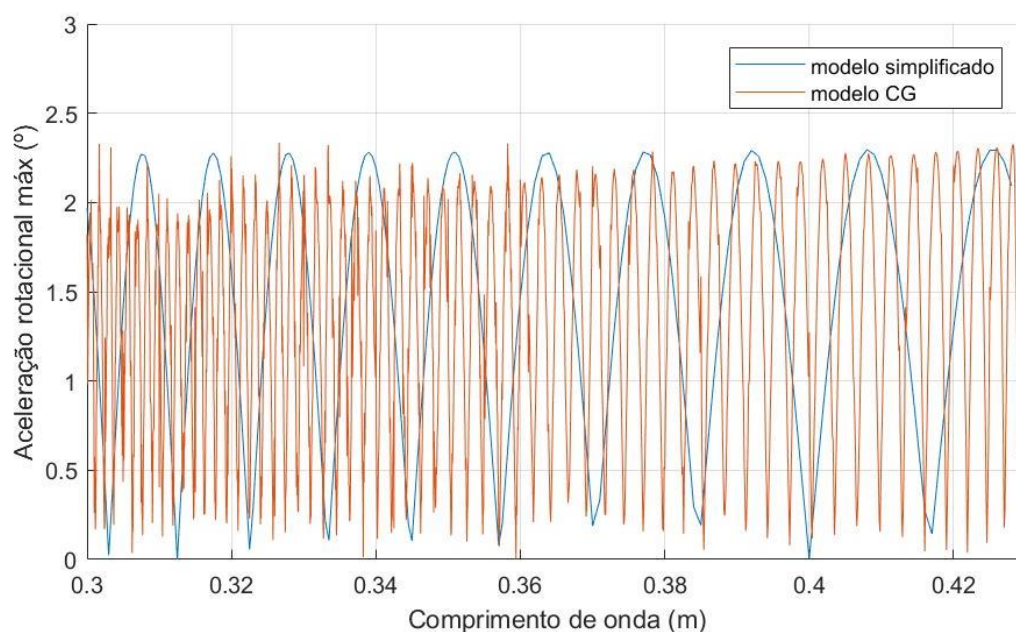


Figura 66 - Aceleração rotacional em função da fração comprimento de onda e distância entre rodas ( $\lambda_e$ ).

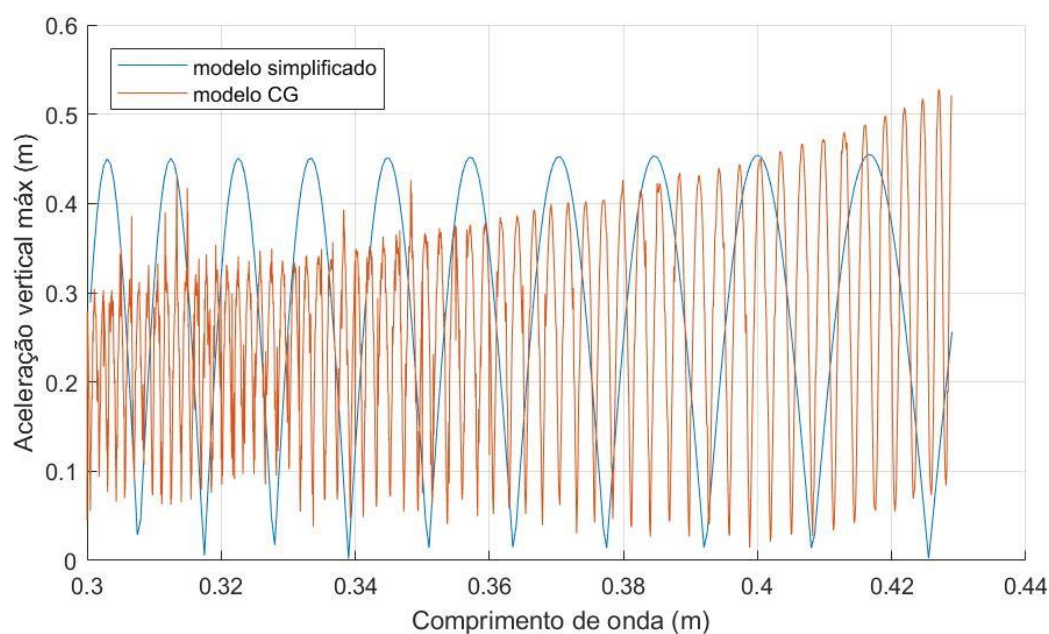


Figura 67 - Aceleração vertical em função da fração comprimento de onda e distância entre rodas ( $\lambda_e$ ).

Percebe-se que para o modelo do centro geométrico, conforme o comprimento de onda diminui a aceleração vertical e rotacional diminuem também. Este comportamento está ligado a redução da amplitude devido ao ponto de duplo contato, pois os rolantes não percorrem a região do vale da função periódica dos trilhos. Entretanto, é necessário averiguar com mais profundidade o motivo pelo qual os intervalos de pontos máximos e mínimos são bem menores no modelo CG em comparação ao modelo simplificado. Uma das hipóteses levantadas é a influência de frequências maiores como explicado na seção 6.4.1.

## 7. Conclusão

Este trabalho estuda a modelagem de irregularidades em trilhos ferroviários. Os principais objetivos deste estudo são: a compreensão de como as irregularidades da via férrea são descritas matematicamente, como estas afetam o movimento do centro geométrico dos rolantes e, por fim, como afetam as acelerações veiculares.

Desenvolveu-se um modelo que relaciona o perfil da via com o movimento do centro geométrico dos rolantes para o caso de irregularidades periódicas e contínuas. Este modelo considera o efeito da normal (ou excentricidade) sobre o movimento. Classificou-se o movimento em três casos: periódico linear à entrada, periódico não linear à entrada e duplo contato. O cálculo do limite do duplo contato é relevante para o fenômeno de corrugação, pois foi possível determinar as amplitudes e comprimentos de onda mínimos da via. Assim, determina-se as condições necessárias e as ordens de grandeza para haver duplo contato para os diferentes tipos de corrugação.

Estudou-se os três tipos de movimento do modelo desenvolvido. O movimento do centro geométrico periódico linear à entrada é idêntico ao perfil da via e ocorre para grandes comprimentos de onda e pequenas amplitudes. O movimento do centro geométrico periódico não linear à entrada possui formato diferente a entrada devido a influência da inclinação da normal. O movimento com duplo contato apresentou pontos de cúspide e redução da amplitude do movimento. Calculou-se também os pontos de ocorrência de duplo contato.

Desta forma, partindo do perfil da via férrea, implementou-se uma rotina que calcula as posições e as velocidades verticais do centro geométrico dos rolantes. Em seguida, calcula as forças exercidas sobre o centro geométrico que são utilizadas como entrada para o modelo dinâmico. Simulando o modelo dinâmico, a rotina obtém as acelerações verticais e rotacionais do centro de massa da caixa do veículo guiado.

Comparando os resultados da simulação computacional entre o modelo simplificado e o modelo do centro geométrico, mostra-se que para o caso de movimento do centro geométrico linear à entrada, os resultados dos dois modelos foram idênticos. Para o caso de movimento do centro geométrico não linear à entrada, obteve-se do modelo desenvolvido um aumento máximo de 23 % da aceleração vertical com relação ao modelo simplificado.

Finalmente, comparando o caso do movimento do centro geométrico no duplo contato, percebe-se que as acelerações obtidas entre os dois modelos divergem no

formato da oscilação e nos valores de acelerações máximas. Desta forma, o modelo simplificado produz resultados bem diferentes do modelo do centro geométrico.

Assim, como possível continuação deste trabalho, pode-se tentar aproximar o comportamento do modelo do centro geométrico no caso de duplo contato por uma função. Pode-se também estudar mais detalhadamente a relação entre as forças no centro geométrico com as acelerações, principalmente no caso de duplo contato. E como forma de validação dos resultados, simular em um software de elementos finitos.

## 8. Bibliografia

ABNT NBR 7640/1988 (TB130) – **Defeitos de trilhos utilizados para via férrea**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1988.

ABNT NBR 12320/1979 (PB 12) – Trilhos – **Dimensões e tolerâncias – Padronização**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1979.

Agência Nacional De Transportes Terrestres (ANTT). **Relatório 01/2014 GEROF/SUFERANTT – Acidentes Ferroviários em 2013**. 2014.

AMBROSIO, P. R. **Introdução aos Sistemas de Transporte no Brasil e à Logística Internacional**. Edições Aduaneiras Ltda.

BARBOSA, R. S. **Aplicação de Sistemas Multicorpos na Dinâmica de Veículos Guiados**. Tese de doutorado. São Carlos, 1999.

BARBOSA, R. S. **Vehicle Dynamic Safety in Measured Rough Pavement**. Journal of Transportation Engineering, Volume 137, p. 305-310, 2011.

COIMBRA, M. V. **Modos de falha dos componentes da via permanente Ferroviária e seus efeitos no meio ambiente**. Tese de Mestrado. Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2008.

COLLETTE, C. **Usure Ondulatoire en Transport Ferroviaire : Mécanisme et Réduction**. Faculté des Sciences Appliquées, Université Libre de Bruxelles. Tese de Doutorado. Bruxelas, 2007.

Companhia Paulista de Trens Metropolitanos. **Relatório da administração da CPTM de 2017**. São Paulo, 2018.

Confederação Nacional do Transporte. **O sistema ferroviário brasileiro**. Brasília, 2013.

DUMITRIU, M.; SEBEŞAN, I. **Influence of the Vertical Track Irregularities upon the Wheel-Rail Dynamic Forces**. Journal of Engineering Science and Technology Review, 2017.

Engineering Manual Track. **TMC 226. Rail Defects Handbook**. Transport RailCorp. 2012.

ESVELD, C. **Modern railway track**. MRT Productions, 2001, p. 654.

GRASSIE, S. L. **Rail corrugation: characteristics, causes, and treatments**. Journal of Rail and Rapid Transit. Alemanha, 2009.

GRAY, A. **Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica**, 2º ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 1997.

International Organization of Motor Vehicle Manufacturers. **2017 PRODUCTION STATISTICS**. Disponível em: <http://www.oica.net/category/production-statistics/2017-statistics/>. Acessado 30/09/2018

Jornal Correio do Povo. **“Quatro cidades do RS decretam situação de calamidade pública por causa da greve”**. Disponível em: [www.correiodopovo.com.br/Noticias/Geral/2018/5/651361/Quatro-cidades-do-RS-decretam-situacao-de-calamidade-publica-por-causa-da-greve](http://www.correiodopovo.com.br/Noticias/Geral/2018/5/651361/Quatro-cidades-do-RS-decretam-situacao-de-calamidade-publica-por-causa-da-greve). Acessado 20/09/2018.

Jornal Digital Nexo. **“Dependência do caminhão”**. Disponível em: <https://www.nexojornal.com.br/expresso/2018/05/25/Por-que-o-Brasil-abriu-m%C3%A3o-do-trem-e-ficou-dependente-do-caminh%C3%A3o>. Acessado 20/09/2018.

KLINCEVICIUS, M. G. Y. **Estudo de propriedades, de tensões e do comportamento mecânico de lastros ferroviários**. Tese de mestrado. Universidade de São Paulo, Brasil, 2011.

LIMA, H. A. D. **Procedimento para seleção de métodos para manutenção da geometria da superestrutura ferroviária**. Tese de mestrado em engenharia de Transportes. Rio de Janeiro, 1998.

Manual Didático. **Ferrovias**. Universidade Federal do Paraná. 2012.

MARTINS, P. M. G. L. C. **Desgaste Ondulatório em Caminhos de Ferro**. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica. Instituto Superior de Engenharia de Lisboa. Lisboa, 2010.

Ministério dos Transportes, Portos e Aviação Civil – MTPA. **Anuário Estatístico de Transportes de 2010-2016**. Brasília, 2017.

OKAMOTO, I. How Bogies Work. Railway Technology & Transport Review. 1998.

XIN ZHAO, WEN, Z.; WANG, H.; JIN, H.; ZHU, M. **Modeling of High-Speed Wheel–Rail Rolling Contact on a Corrugated Rail and Corrugation Development**. Zhejiang University Press, Hangzhou and Springer Nature Singapore, 2018.

## Anexos

### Anexo A - Cálculo da condição limite de duplo contato

O raio de curvatura ( $r_c$ ) de uma função senoidal pode ser determinado pela seguinte fórmula abaixo (GRAY, 1997).

$$r(\gamma) = \frac{|\dot{\gamma}|^3}{|\dot{\gamma} \times \ddot{\gamma}|} \quad (43)$$

sendo  $\gamma$  a função que parametriza a função senoidal.

$$\gamma(x) = (x, A \sin(wx)) \quad (44)$$

Através do cálculo das derivadas de  $\gamma(x)$ , obtêm-se a equação:

$$r_c(x) = \frac{(1 + [Aw \cos(wx)]^2)^{\frac{3}{2}}}{Aw^2 |\sin(wx)|} \quad (45)$$

Derivando a expressão do raio e igualando a zero, pode-se encontrar o ponto de mínimo da função que corresponde ao raio de curvatura mínimo da função senoidal. O raio de curvatura mínimo da função senoidal indica o raio (R) máximo dos rolantes que tangencia todos os pontos da função senoidal.

$$\frac{dr_c(x)}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{max} = \frac{1}{Aw^2} = \frac{\lambda_e^2}{A \cdot (2\pi)^2} \quad (46)$$

## Anexo B - Parâmetros do modelo

Tabela 5 - Parâmetros do modelo

| Parâmetros da Suspensão | Rigidez (N/m)  | Amortecimento (N·s/m)                 |
|-------------------------|----------------|---------------------------------------|
| Suspensão Primária      | $4 \cdot 10^6$ | $1 \cdot 10^5$                        |
| Suspensão Secundária    | $6 \cdot 10^5$ | $4 \cdot 10^4$                        |
| Parâmetros do Veículo   | Massa (t)      | Momento de Inércia ( $kg \cdot m^2$ ) |
| Caixa                   | 30             | $1,7 \cdot 10^6$                      |
| Truque e Rodeios        | 6              | -                                     |
| Dimensões do Veículo    |                |                                       |
| Distância entre eixos   | 10 m           |                                       |
| Diâmetro da roda        | 0,94 m         |                                       |

Tabela 6 - Parâmetros modais do modelo

|                  | Grau de liberdade | Frequência (Hz) | Coefficiente de Amortecimento |
|------------------|-------------------|-----------------|-------------------------------|
| Truque dianteiro | $z_d$             | 3,80            | 0,2                           |
| Truque dianteiro | $z_t$             | 3,80            | 0,2                           |
| Caixa            | $z$               | 1,09            | 0,26                          |
|                  | $\varphi$         | 0,72            | 0,17                          |

## Anexo C – Códigos da simulação

### I. Código principal

```
% TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
```

```
% Daniel Prado Castelo
```

```
% Tema: Estudo da severidade da excitação de veículos a  
partir do comprimento de onda da via férrea
```

```
% Data: Agosto/2018 - Junho/2019
```

```
%% INDICE
```

```
% 1) Parâmetros do modelo
```

```
% 2) Equações da dinâmica
```

```
% 3) Espaço de Estado
```

```
% 4) Função de Transferência
```

```
% 5) Definições das entradas
```

```
% 6) Simulações lineares
```

```
% 7) Plot gráficos
```

```
%clear all
```

```
%close all
```

```
%% 1) PARAMETROS DO MODELO
```

```
% Dimensionais
```

```
l=10;%distancia do polo de apoio da maca ao ponto de  
conexao dos amortecedores
```

```
diam = 0.94; %diametro da roda
```

```
% Dinâmicos
```

```
% MASSAS (kg)
```

```
Mt=3000+2*1500; % Massa do truck mais Massa de 2  
rodeiros
```

```
Mv= 30000; %Massa do veículo
```

```
% MOMENTOS DE INÉRCIA (kg*m^2)
```

```
Jv= 1.7*10^6; %Momento de Inércia do veículo
```

```
% RIGIDEZ(N/m)
```

```
k1i= 4*10^6; %Rigidez da mola inferior traseira (1)
```

```
k1s= 6*10^5; %Rigidez da mola superior traseira (1)
```

```
k2i= 4*10^6; %Rigidez da mola inferior dianteira (2)
```

```
k2s= 6*10^5; %Rigidez da mola superior dianteira (2)
```

```
% CONSTANTES DE AMORTECIMENTO(Ns/m)
```

```
b1i= 1*10^5; %Amortecimento da suspensão inferior  
traseira (1)
```

```
b1s= 4*10^4; %Amortecimento da suspensão superior  
traseira (1)
```

```
b2i= 1*10^5; %Amortecimento da suspensão inferior  
dianteira (2)
```

```
b2s= 4*10^4; %Amortecimento da suspensão superior  
dianteira (2)
```

```
%% 2) EQUAÇÕES DA DINAMICA
```

```
%Equação genérica  $Mx'' + Cx' + Kx = U \cdot u$ 
```

```
%MATRIZ MASSA
```

```
M = [Mt 0 0 0; 0 Mt 0 0; 0 0 Mv 0; 0 0 0 Jv];
```

```
%MATRIZ DOS AMORTECEDORES
```

```
Cb = [-b1s+b1i 0 b1s -b1s*l/2; 0 -b2s+b2i b2s b2s*l/2; -  
b1s -b2s b1s+b2s (-b1s+b2s)*l/2; b1s*l/2 -b2s*l/2 (-  
b1s+b2s)*l/2 (b1s+b2s)*l*l/4];
```

```
%MATRIZ DE RIGIDEZ
```

```
K = [-k1s+k1i 0 k1s -k1s*l/2; 0 -k2s+k2i k2s k2s*l/2; -k1s -  
k2s k1s+k2s (-k1s+k2s)*l/2; k1s*l/2 -k2s*l/2 (-  
k1s+k2s)*l/2 (k1s+k2s)*l*l/4];
```

```
%MATRIZ DE ENTRADA
```

```
U = [ 1 0 0; 0 1 0]; zeros(2,3)];
```

```
%% 3) ESPAÇO DE ESTADO
```

```
%  $X' = A \cdot X + B \cdot U$ 
```

```
%  $Y = C \cdot X + D \cdot U$ 
```

```
%MATRIZ A = [A11 A12; A21 A22]
```

```
A11= zeros(4);
```

```
A12 = eye(4);
```

```
A21= -inv(M)*K;
```

```
A22= -inv(M)*Cb;
```

```
A = [A11 A12; A21 A22];
```

```
%MATRIZ B = [zeros (M^-1)*U]
```

```
B1 = zeros(4,3);
```

```
B2 = inv(M)*U;
```

```
B=[B1; B2];
```

```
%MATRIZ C
```

```
C = [eye(4) zeros(4); zeros(4) eye(4); A21 A22];
```

```
%MATRIZ D
```

```
D = [zeros(4,3); zeros(4,3); B2];
```

```
% Montando o Espaço de Estado:
```

```
suspensao=ss(A,B,C,D);
```

```
%% 4) FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA
```

```
%função que transforma espaço de estados em função  
de transferência
```

```
%[Ds,num,den]=tf(suspensao);
```

```
% 4 entradas: [Ft, Fd, 0, 0]
```

```
% 12 saídas: [zt, zd, zv, theta] ; derivada [zt, zd, zv,  
theta];
```

```
% segunda derivada [zt, zd, zv, theta]
```

```
Gg = tf(suspensao);
```

```
% DESLOCAMENTOS
```

```
% vertical bogie traseiro
```

```
GzUbt= Gg(1,1);%função de transferencia saida vertical  
do vagao entrada de força vertical traseiro
```

```
%GzUbd= Gg(1,2);%função de transferencia saida  
vertical do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% vertical bogie dianteiro
```

```
GzUbd= Gg(2,1);%função de transferencia saida vertical  
do vagao entrada de força vertical traseiro
```

```
%GzUd= Gg(3,2);%função de transferencia saida vertical  
do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% vertical carro
```

```
GzUt= Gg(3,1);%função de transferencia saida vertical do
vagao entrada de força vertical traseiro
GzUd= Gg(3,2);%função de transferencia saida vertical
do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% rotação carro
```

```
GthetaUt= Gg(4,1);%função de transferencia saida theta
do vagao entrada de força vertical traseiro
GthetaUd= Gg(4,2);%função de transferencia saida theta
do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% VELOCIDADES
```

```
% vertical bogie traseiro
```

```
GdzUbt= Gg(5,1);%função de transferencia saida vertical
do vagao entrada de força vertical traseiro
%GdzUd= Gg(7,2);%função de transferencia saida
vertical do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% vertical bogie dianteiro
```

```
GdzUbd= Gg(6,1);%função de transferencia saida vertical
do vagao entrada de força vertical traseiro
%GdzUd= Gg(7,2);%função de transferencia saida
vertical do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% vertical carro
```

```
GdzUt= Gg(7,1);%função de transferencia saida vertical
do vagao entrada de força vertical traseiro
GdzUd= Gg(7,2);%função de transferencia saida vertical
do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% rotação carro
```

```
GdthetaUt= Gg(8,1);%função de transferencia saida
theta do vagao entrada de força vertical traseiro
GdthetaUd= Gg(8,2);%função de transferencia saida
theta do vagao entrada de força vertical dianteiro
% ACELERAÇÕES
```

```
% vertical bogie traseiro
```

```
GddzUbt= Gg(11,1);%função de transferencia saida
vertical do vagao entrada de força vertical traseiro
%GddzUd= Gg(11,2);%função de transferencia saida
vertical do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% vertical bogie dianteiro
```

```
GddzUbd= Gg(11,1);%função de transferencia saida
vertical do vagao entrada de força vertical traseiro
%GddzUd= Gg(11,2);%função de transferencia saida
vertical do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% vertical carro
```

```
GddzUt= Gg(11,1);%função de transferencia saida
vertical do vagao entrada de força vertical traseiro
GddzUd= Gg(11,2);%função de transferencia saida
vertical do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
% rotação carro
```

```
GddthetaUt= Gg(12,1);%função de transferencia saida
theta do vagao entrada de força vertical traseiro
GddthetaUd= Gg(12,2);%função de transferencia saida
theta do vagao entrada de força vertical dianteiro
```

```
%% 5) PARAMETROS DA SIMULAÇÃO
```

```
v = 60 ; % (km/h)
```

```
v= v/3.6;
to = 0;
dt = 0.0001;
tf = 20;
t = [to:dt:tf]; % tempo da simulação (s)
```

```
%% 6) PARAMETROS DAS ENTRADAS
```

```
cont = 1;
lista_lambda = [0.01:0.01:4,4+0.05:0.05:4*I];
%lista_lambda = [0.7:0.1:1*I];
lista_Amplitude = [0.001:0.005:0.1];
lista_lambda_naoDC =
[0.43:0.001:0.6,0.602:0.002:0.9,0.91:0.01:4,4+0.05:0.05:
10,10+0.1:0.1:40,40+0.5:0.5:100];
lista_lambda_DC =
[0.300:0.0005:0.36,0.36001:0.001:0.429];%[0.1:0.00003:
0.2,0.20007:0.00007:0.3,0.3001:0.0001:0.429];
lista_lambda = lista_lambda_DC;
```

```
% Início do Loop
```

```
for lambda = lista_lambda
Amplitude = 0.01; % (m)
```

```
%lambda = 2; % comprimento de onda (m)
```

```
ti_e = 0.5; % tempo de inicio da entrada (s)
```

```
tf_e = 19; %tempo de fim da entrada (s)
```

```
delay = 0 ; % delay temporal da primeira entrada(s)
```

```
type = 'sin';
```

```
[ ud, ut, vd, vt, x_cg, v, f] =
```

```
Entrada(t,v,lambda,Amplitude,l,ti_e,tf_e,diam, type);
```

```
Ft = k1i*ut + b1i*vt; % Força traseira (N)
```

```
Fd = k2i*ud + b2i*vd; % Força dianteira (N)
```

```
%% 6) SIMULAÇÕES LINEARES
```

```
% Posição
```

```
destV = Isim(GzUt,Ft,t); % Deslocamento vertical entrada
traseira
```

```
desdV = Isim(GzUd,Fd,t); % Deslocamento vertical
entrada dianteira
```

```
destR = Isim(GthetaUt,Ft,t); % Deslocamento rotational
entrada traseira
```

```
desdR = Isim(GthetaUd,Fd,t); % Deslocamento rotational
entrada dianteira
```

```
% Deslocamentos totais
```

```
desV = destV + desdV;
```

```
desR = destR + desdR;
```

```
% Deslocamento máximo
```

```
[desV_max(cont),ind] =
max(desV(6*tf_e*f/(10*dt):7*tf_e*f/(10*dt)));
```

```
[desR_max(cont),ind] =
max(desR(6*tf_e*f/(10*dt):7*tf_e*f/(10*dt)));
```

```
% Aceleração
```

```
acctV = Isim(GddzUt,Ft,t); % Aceleração vertical entrada
traseira
```

```

accdV = lsim(GddzUd,Fd,t); % Aceleração vertical
entrada dianteira
acctR = lsim(GddthetaUt,Ft,t); % Aceleração rotational
entrada traseira
accdR = lsim(GddthetaUd,Fd,t); % Aceleração rotational
entrada dianteira
% Acelerações totais
accV = acctV + accdV;
accR = acctR + accdR;

% Aceleração máxima
[accV_max(cont),ind] =
max(accV(6*tf_e*f/(10*dt):7*tf_e*f/(10*dt)));
[accR_max(cont),ind] =
max(accR(6*tf_e*f/(10*dt):7*tf_e*f/(10*dt)));

cont = cont +1;

```

## II. Funções

```

function [ ud, ut, vd, vt, x_cg, v, f ] = Entrada(t,v,lambda,
Amplitude,l,ti_e,tf_e,diam, type)
% Function input
% Determine the shape and size of input

% Input:
% - tempo
% - velocidade na direção x (v)
% - Amplitude
% - tempo de inicio da entrada (ti_e)
% - tempo de fim da entrada (tf_e)
% - tipo de entrada (type)

% Output:
% - deslocamento dianteiro (ud)
% - deslocamento traseiro (ut)
% - velocidade dianteira (vd)
% - velocidade traseira (vt)
% - velocidade na direção x (v)
% - fator de correção tempo (f) devido ao Duplo Contato

%% ENTRADA NULA

ud = zeros(1,size(t,2));
ut = zeros(1,size(t,2));
vd = zeros(1,size(t,2));
vt = zeros(1,size(t,2));
x_cg = v*t;

%% ENTRADA NÃO NULA

b = 0;
dt=t(2)-t(1);
te = [0:dt:tf_e-ti_e];

if type == 'deg'
    ud_e = a*heaviside(te);
    ut_e = a*heaviside(te);
    vd_e = b*dirac(te);
    vt_e = b*dirac(te);
    x_cg = v*t;

```

```
end % Fim do Loop
```

```
%% 7) PLOT GRAFICOS ACELERAÇÕES MAX
```

```

figure (103)
hold on
plot(lista_lambda,accV_max)
ylabel('Aceleração vertical máx (m)')
xlabel('Escala logarítmica: Comprimento de onda (m)')

```

```

figure (104)
hold on
plot(lista_lambda,accR_max*180/pi)
ylabel('Aceleração rotacional máx (°)')
xlabel('Escala logarítmica: Comprimento de onda (m)')

```

```

elseif type == 'sin'
    %if diam/2 < (lambda^2)/(Amplitude*(2*pi)^2)
    ud_e = Amplitude*sin((2*pi/lambda)*v*te); %
deslocamento (m)
    ut_e = Amplitude*sin((2*pi/lambda)*v*te); %
deslocamento (m)
    vd_e =
Amplitude*v*(2*pi/lambda)*cos((2*pi/lambda)*v*te); %
velocidade (m/s)
    vt_e =
Amplitude*v*(2*pi/lambda)*cos((2*pi/lambda)*v*te); %
velocidade (m/s)
    x_cg_e = v*te;

elseif type == 'par'
    [ y_cg,y_cg_p, x_cg_e, vx ] = FuncaoParametrizada(
Amplitude, diam/2, lambda, te, v );
    ud_e = y_cg; % deslocamento (m)
    ut_e = y_cg; % deslocamento (m)
    vd_e = y_cg_p; % velocidade (m/s)
    vt_e = y_cg_p; % velocidade (m/s)

```

```
end
```

```
%% ENTRADA RESULTANTE
```

```

% incremento de entrada
incld = ti_e/dt;
incFd = incld + size(ud_e,2) - 1;
inclt = (ti_e+(l/v))/dt;
incFt = inclt + size(ut_e,2) - 1;

```

```

% resultante
ud(incld:incFd) = ud(incld:incFd) + ud_e;
ut(inclt:incFt) = ut(inclt:incFt) + ut_e;
vd(incld:incFd) = vd(incld:incFd) + vd_e;
vt(inclt:incFt) = vt(inclt:incFt) + vt_e;
x_cg(inclt:incFt) = 0;
x_cg(inclt:incFt) = x_cg(inclt:incFt) + x_cg_e;

```

```

% fator de correção tempo
f = (incFd - incld)/size(te,2)

```

---

```

function [ vetor_y, vetor_vy , vetor_x, vx_cg ] =
FuncaoParametrizada( A, R, lambda, t, v )

w = 2*pi/lambda;

x_s = v*t;
dt=t(2)-t(1);

% Theta
Alfa = atan(A*w*cos(w*x_s));
Theta = Alfa + pi/2;
Theta_p = -
(A*w^2*v*sin(w*x_s))./(1+(A*w*cos(w*x_s)).^2);
Theta_pp = -((v^2*cos(w*x_s)).*(A*w^3 + A^3 *w^5 +
A^3*w^5*(sin(w*x_s).^2))./((1 +
A^2*w^2*(cos(w*x_s).^2).^2);

% Excentricidade
e = R*cos(Theta);

% Posição
x_cg = x_s + R*cos(Theta);
y_cg = A*sin(w*x_s) + R*sin(Theta);

%Derivada da posição em função de dx_s (dx_cg/dx_s =
x_cg_p)
x_cg_p = v - R*Theta_p.*sin(Theta);
y_cg_p = A*w*v*cos(w*x_s) + R*Theta_p.*cos(Theta);

%Segunda derivada da posição em função de dx_s
(ddd_cg/ddx_s = x_cg_pp)
cte_naoExplosao = 1;

```

```

x_cg_pp = cte_naoExplosao -(R*Theta_pp.*sin(Theta) +
((Theta_p).^2)*R.*cos(Theta));
y_cg_pp = -A*w^2*v^2*sin(w*x_s) +
R*Theta_pp.*cos(Theta) - ((Theta_p).^2)*R.*sin(Theta);

```

```
%Verfica se há ponto de duplo contato
```

```
if R > (lambda^2)/(A*(2*pi)^2)
```

```
    %Ponto de Duplo Contato (dc)
```

```
    [ x_cm, y_cm, x_dc ] = PontoDuploContato( 2*R,
A,lambda );
```

```
    %Perfil do CG com Duplo contato
```

```
    [ vetor_x, vetor_y, tp ] = PerfilDuploContato( x_cg,
y_cg, y_cm, t );
    [ vetor_vx, vetor_vy ] = VelocDuploContato( x_cg_p,
y_cg_p, y_cg, y_cm );
    vx_cg = (vetor_x(end)-vetor_x(1))/(t(end)-tp);
    %vx_cg = v;
```

```
else
```

```
    vetor_x = x_cg;
    vetor_y = y_cg;
    vetor_vx = x_cg_p;
    vetor_vy = y_cg_p;
    vx_cg = v;
```

```
end
```

```
% colocando a referencia em zero
```

```
vetor_y = vetor_y - R;
```

```
end
```

---

```

function [ x_cm, y_cm, x ] = PontoDuploContato( diam,
A,lambda )

% vetor unitário em x
vunit=[1,0];
w=2*pi/lambda;

% Atenção: x começa em pi/2
dist=0;
for x = (pi/2)*(1/w):0.0001/w:(3*pi/2)*(1/w) %de pi/2 à
3*pi/2 ??

    N=[-A*w*cos(w*x),1];
    % Produto escalar do vetor Normal pelo vetor (1,0)
    p = N.*vunit;
    cosgama = ((p(1)+p(2))/(norm(N)*norm(vunit)));
    d1 = diam*cosgama;
    d2 = abs((2*lambda/(2*pi))*(3*pi/2-x*w));

```

```

if d1>d2
    dist = d2;
    ponto = x;
    break
end

```

```
end
```

```

if dist == 0
    ponto = x;
end

```

```
y = A*sin(w*x);
```

```
% Posição centro de massa
```

```
x_cm = x + (diam/2)*cosgama;
y_cm = y + (diam/2)*sin(acos(cosgama));
```

```
end
```

---

```

function [ lista_e ] = Excentricidade( A, R)
%UNTITLED Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here

i=1;
lambda_lim = 2*pi*(R*A)^0.5
lista_lambda = [0.01:0.01:5];

for lambda = lista_lambda

    w = 2*pi/lambda;

    if lambda > lambda_lim
        x_s = [(pi/2)*(1/w):0.0001/w:(3*pi/2)*(1/w)];
    else

        [ x_cm, y_cm, x ] = PontoDuploContato( 2*R,
        A,lambda );
        x_s = [(pi/2)*(1/w):0.0001/w:x];

    end
    % Theta
    Alfa = atan(A*w*cos(w*x_s));
    Theta = Alfa + pi/2;

    % Excentricidade
    e = max(R*cos(Theta));
    lista_e(i) = e;
    i=i+1;
end
hold on
plot(lista_lambda, lista_e)

end

```